

目录

1 质量矢量化与二阶能量	3
2 模拟并分析银河系中暗物质分布得出的矛盾	7
3 质量相乘的二元运算	8
4 复数的推广	10
5 负光子、虚电磁波与麦克斯韦方程组	17
6 著名专家学者观点的交叉验证	21
7 重力引力场和重力斥力场	22
8 幸存者偏差与现存宇宙	24
9 暗物质星系模型	26
10 暗物质晕流体分析	34
11 星系模型的验证	43
11.1 暗物质与暗物质之间存在引力的假设引发的末日悖论	43
11.2 银河系的暗物质比例	46
11.3 宇宙单元模型的星系旋转曲线	47
11.4 简化螺旋星系模型的旋转曲线	48
11.5 第九行星	57
12 宇宙微波背景辐射的来源	59
13 地球上暗物质的检测	63
14 仙女座星系-银河系的碰撞	63
15 理想宇宙膨胀模型	64
16 球状膨胀宇宙的哈勃定律	71
17 宇宙膨胀中的引力红移	85
18 狭义相对论和广义相对论领域的改进	99
18.1 暗物质天体的史瓦西解	99
18.2 史瓦西解与非欧几何的关系	101
18.3 狭义相对论中的优势惯性系	103
18.4 广义相对论的强等效原理并不成立	110
18.5 双生子佯谬新的解释	110
18.6 爱因斯坦引力场方程中能动张量和质量的定义的变动	112
18.7 速度时间膨胀和引力时间膨胀的结合	114
18.8 相对论相关原理变动的验证实验	116
19 时空虚数维度概念在量子力学领域的拓展	117
19.1 薛定谔方程的启发式推导过程的重现	117

19.2 从时空无关特性推导出带负号的时间虚数维度系数 120

19.3 时间倒流在贝尔不等式中的验证 126

19.4 使用时间倒流解释双缝干涉和量子纠缠 135

19.5 在时间的虚数维度上存在时间倒流, 费马原理和波函数的虚部提供了佐证 136

20 结语 138

脚注 139

参考文献 142

A new dark matter and dark energy theory based on the assumption of mass vectorization . 145

建立在质量矢量化假设上的暗物质和暗能量理论

周飞飞

深圳市宝安区松岗街道, 深圳 518105

* 联系人, E-mail:zhoufeifei@live.com

2022 年 6 月

摘要 相对论能量-动量关系 $\rightarrow$ 质量矢量化 $\rightarrow$ 广义复数 $\rightarrow$ 暗物质的质量数量是一种新虚数 $\rightarrow$ 反重力 $\rightarrow$ 暗能量. 使用新的数系, 从理论上推导出暗物质, 宇宙各向同性和暗能量使用反重力来解释. 在新的理论框架中, 预测了暗物质世界的负光子和虚电磁波. 暗物质的引力场分析指出曲速引擎和暗物质的关联. 在一些假说基础上, 对物质、暗物质、反物质重新归类. 新的理论框架预测了银河系的暗物质比例, 与天文学观测数据比较未发现矛盾. 在简化螺旋星系模型中, 结合流体力学的分析, 得出理论上预测的星系旋转曲线接近真实的螺旋星系旋转曲线. 使用暗物质晕的动力学分析解释了第九行星和先驱者号异常现象. 使用推理得出宇宙微波背景辐射的来源是代表绝对空间的以太. 构建理想宇宙膨胀模型, 该模型的宇宙膨胀基本数学特征与超新星宇宙学调查团队的观测结果一致. 在理想宇宙膨胀模型中得到与哈勃常数对应的速度梯度, 同时指出这个速度梯度是一个椭球体. 使用理想宇宙膨胀模型结合宇宙单元模型, 得出哈勃常数由两部分组成, 分别是多普勒红移部分和引力红移部分. 从红移值的来源上解决了原有的暗能量假说中暗能量趋于无穷大的矛盾. 分析得到狭义相对论中存在恒优势惯性系, 证明了以太的存在, 同时指出广义相对论的强等效原理并不成立, 使得双生子佯谬得到彻底的解决. 通过为时间和空间增加虚数维度, 并在一些假设的前提下, 得出了时间的虚数维度存在时间倒流的结论. 在时间倒流的情况下, 新的贝尔不等式与量子力学之间没有矛盾. 时间倒流可以成功解释量子纠缠中的信息传递超光速和因果倒置的现象, 还可以证明隐变量理论、实在论和定域性原理是正确的.

关键词 宇宙学, 暗物质, 暗能量, 反重力, 哈勃定律, 宇宙微波背景辐射, 星系旋转曲线, 宇宙膨胀, 狭义相对论, 量子纠缠

PACS: 98.80.-k, 95.35.+d, 95.36.+x, 04.50.Kd, 98.80.Es, 98.70.Vc, 03.30.+p, 03.65.Ud

1 质量矢量化与二阶能量

1907 年 6 月德国物理学家阿尔伯特·爱因斯坦 (Albert Einstein) 的论文《论相对性原理所要求的能量的惯性》^[1] 中首次出现质能方程

$$E = mc^2 \quad (1 - 1)$$

其中:

E 相对论能量

c 光速

m 相对论质量

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1 - 2)$$

m_0 静质量

v 物体的速度
相对论动量表达式

$$p = mv \quad (1 - 3)$$

1930 年相对论能量-动量关系首次出现在英国物理学家保罗·狄拉克 (Paul Dirac) 的《The Principles of Quantum Mechanics》^[2] 中, 对质能方程作适当变换可得相对论能量-动量方程

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2 \quad (1 - 4)$$

对于一个速度 $v = 0$ 的粒子, 动量 $p = 0$, 相对论能量-动量方程变为

$$E^2 = (m_0c^2)^2 \quad (1 - 5)$$

假设 E 是正实数或者正虚数, 且 c 是实数, 开方可得

$$E = \sqrt{m_0^2c^2} \quad (1 - 6)$$

在物理学中, 像位移这样的物理量称为矢量, 如速度、加速度、力和动量等都是矢量. 仅有大小而没有方向的量称为标量, 如质量、电荷、密度和温度等都是标量.

中国科学院物理所研究员曹则贤曾在德国留学, 阅读过黑体辐射规律被发现过程的学术历史书籍, 称黑体辐射是一个会下物理金蛋的鹅. 在一次教授黑体辐射的课堂上提出问题, “你知道什么是温度吗?” “你见过温度计吗?” “同学们, 天底下什么都有, 就是没有温度计. 没有哪个东西是测温度的. 没有任何一个东西是测温度的.” “那门口往你脑门戳一下, 那是经过一个复杂的电路, 校准的是, 跳出来一个数字蒙你的, 并不是你脑门的温度.”¹

温度是表示物体冷热程度的物理量, 微观上来讲是物体分子热运动的剧烈程度. 从分子运动论观点看, 温度是物体分子运动平均动能的标志. 温度只能通过物体随温度变化的某些特性来间接测量.²

类似的, 没有直接测量质量的仪器, 物理学上质量分为惯性质量和引力质量. 惯性质量, 运用牛顿第二定律 $F = ma$, 通过测量力和加速度可以间接测量. 引力质量, 运用牛顿万有引力定律 $F = \frac{GMm}{r^2} = mg$, 通过测量重力和重力加速度可以间接测量, 通过测量万有引力常数、施加引力的天体质量、施加引力大小和施加引力的距离也可以间接测量.

在笛卡尔坐标系中, 存在两个互相垂直的单位向量, 复数可以表示为两个与单位向量共线的向量之和, 这两个向量又可以进一步转化为实数与单位向量的乘积. 对于等式 $E = \sqrt{m_0^2c^2}$, 当 $m_0^2 > 0$ 时, E 是一个实数, m_0 是一个实数; 当 $m_0^2 < 0$ 时, E 是一个虚数, m_0 是一个虚数.

猜测: 质量和能量也是一种向量, 而不是标量, 并且存在两种可能的维度.

对于等式 $E^2 = (m_0c^2)^2$, E^2 是实数, 可以取正数、0 和负数, 约定 E^2 为二阶能量, 即系统内不同能量的平方和称为二阶能量. 用 SOE 表示二阶能量. 这里二阶能量是实数, 不是虚数.

$$SOE = \sum_{i=1}^n E_i^2 \quad (1 - 7)$$

相对性的动能

$$E_{KI} = E - E_I = \gamma m_0c^2 - m_0c^2 = (\gamma - 1)m_0c^2 \quad (1 - 8)$$

其中:

E 相对论总能量

E_{KI} 相对性的动能

E_I 静质量对应的相对论能量

γ 洛伦兹因子

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1 - 9)$$

$$\gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1$$

当 $v \ll c$ 时, $\frac{v}{c} \approx 0$.

令 $\frac{v}{c} = x$, 可得

$$x \approx 0$$

$$\gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} - 1$$

对上式在 $x = 0$ 处使用泰勒公式进行展开

$$\gamma - 1 = \text{Series} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} - 1, \{x, 0, 2\} \right] = \frac{1}{2}x^2 + O[x]^3$$

代入 $x = \frac{v}{c}$, 可得

$$\gamma - 1 = \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + O \left[\frac{v}{c} \right]^3 \quad (1 - 10)$$

代入 1 - 8 式

$$E_{\text{KI}} = \left(\frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2 + O \left[\frac{v}{c} \right]^3 \right) m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2 + m_0 c^2 O \left[\frac{v}{c} \right]^3 \quad (1 - 11)$$

牛顿力学里面的动能 E_k

$$E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (1 - 12)$$

考虑相对论效应相对性的动能中的高次项 E_{KO}

$$E_{\text{KO}} = m_0 c^2 O \left[\frac{v}{c} \right]^3 \quad (1 - 13)$$

$$E = E_I + E_k + E_{\text{KO}} \quad (1 - 14)$$

相对论总能量是静质量对应的能量 E_I 、牛顿力学里面的动能 E_k 、相对性的动能中的高次项 E_{KO} 三者之和.

一个质量为 M 的 A 点和一个质量为 m_0 的 B 点组成一个孤立的系统. B 相对于 A 的速度为 v , A 与 B 之间的距离为 r . 对于 B, 牛顿力学里面的动能

$$E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (1 - 15)$$

B 相对于整个系统的势能

$$E_p = -\frac{GMm_0}{r} \quad (1 - 16)$$

加入势能后, B 的所有能量

$$E_{\text{all}} = E_I + E_k + E_{\text{KO}} + E_p \quad (1 - 17)$$

当 $v \ll c$ 时, E_{KO} 是关于 $\frac{v}{c}$ 的高阶无穷小量, $E_{\text{KO}} \approx 0$

$$E_{\text{all}} = E_I + E_k + E_p \quad (1 - 18)$$

根据能量守恒定律, E_{all} 是一个定值, 总能量不变.

B 的二阶能量

$$SOE = E_I^2 + E_k^2 + E_p^2 \quad (1 - 19)$$

因为 E_{all} 是一个定值, $E_I = m_0 c^2$ 也是一个定值, 设 $E_{\text{kp}} = E_{\text{all}} - E_I$, E_{kp} 也是一个定值, 代入 1 - 18 式, 可得

$$E_{kp} = E_k + E_p \quad (1 - 20)$$

由 1 - 19 式、1 - 20 式可得

$$SOE = E_I^2 + E_k^2 + (E_{kp} - E_k)^2 = E_I^2 + E_{kp}^2 + 2E_k^2 - 2E_{kp}E_k \quad (1 - 21)$$

绘制二阶能量关于动能的函数图像

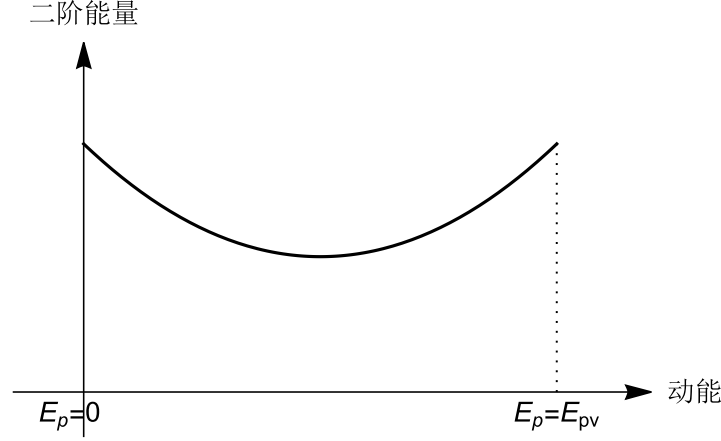


图 1 二阶能量关于动能的函数图像

Figure 1 Graph of the function of second-order energy with respect to kinetic energy

由图像可得, 当动能变化时, 二阶能量不是定值, 是一个变化的曲线. 当动能为 0 或者势能为 0 时, 二阶能量是一个定值.

结论:

在一个封闭的系统, 对于一个物体, 在速度远小于光速、机械能不与其他能量交换情况下, 当动能为 0 或者势能为 0 时, 机械能的二阶能量守恒.

笛卡尔坐标系中, 实数轴的单位向量使用 k 表示, 虚数轴的单位向量使用 i 表示. 由复数的运算法则可得:

$$i^2 = -k \quad (1 - 22)$$

$$k^2 = k \quad (1 - 23)$$

$$k^2 = -i^2 \quad (1 - 24)$$

规定: 一个数学中的实数乘以一个实数轴的单位向量, 也称为实数. 二者的不同通过上下文来区分, 区别的依据是这个数是否含有实数向量的乘积.

当 $m_0^2 > 0$ 时, $m_0 = m_{00}k$, m_{00} 是一个实数. 当 $m_0^2 < 0$ 时, $m_0 = m_{00}i$, m_{00} 是一个实数. 约定当 $m_0^2 > 0$ 时, E 改写为 E_m , m_0 改写为 m_{0m} ; 当 $m_0^2 < 0$ 时, E 改写为 E_d , m_0 改写为 m_{0d} .

$$E_m = m_{00}c^2\sqrt{k^2} = m_{00}c^2k$$

$$E_m = m_{00}c^2\sqrt{-i^2} = \sqrt{-1}m_{00}c^2i$$

$$m_{0m} = m_{00}\sqrt{k^2} = m_{00}k$$

$$m_{0m} = m_{00}\sqrt{-i^2} = \sqrt{-1}m_{00}i$$

$$E_d = m_{00}c^2\sqrt{-k^2} = \sqrt{-1}m_{00}c^2k$$

$$E_d = m_{00}c^2\sqrt{i^2} = m_{00}c^2i$$

$$m_{0d} = m_{00}\sqrt{-k^2} = \sqrt{-1}m_{00}k$$

$$m_{0d} = m_{00}\sqrt{i^2} = m_{00}i$$

在 k 作为质量单位向量的标准下, 相对论静质量对应的能量和静质量可以表示为:

$$E_m = m_{00}c^2k \quad (1 - 25)$$

$$E_d = \sqrt{-1}m_{00}c^2k \quad (1 - 26)$$

$$m_{0m} = m_{00}k \quad (1 - 27)$$

$$m_{0d} = \sqrt{-1}m_{00}k \quad (1 - 28)$$

在 i 作为质量单位向量的标准下, 相对论静质量对应的能量和静质量可以表示为:

$$E_m = \sqrt{-1}m_{00}c^2i \quad (1 - 29)$$

$$E_d = m_{00}c^2i \quad (1 - 30)$$

$$m_{0m} = \sqrt{-1}m_{00}i \quad (1 - 31)$$

$$m_{0d} = m_{00}i \quad (1 - 32)$$

假设当 $m_0^2 > 0$ 时, E_m 对应于物质的相对论能量; 当 $m_0^2 < 0$ 时, E_d 对应于暗物质的相对论能量.

在上面的假设条件下, 站在物质世界的角度, 暗物质世界的能量和质量与物质世界的能量和质量是虚数乘积关系; 站在暗物质世界的角度, 物质世界的能量和质量与暗物质世界的能量和质量也是虚数乘积关系.

相对论揭示时间和空间是相对的. 在上面假设条件下, 能量和质量也是相对的. 任何建立在能量、质量基础上的物理量也是相对的, 物理量的实际数值会因以物质世界为参照标准还是暗物质世界为参照标准而不同.

在能量是一个向量的前提下, 物质世界与暗物质世界的能量和是一个复数, 这种情况下能量守恒定律可能会失效, 因为能量守恒定律对应的是标量的不变. 物质世界与暗物质世界的二阶能量和是一个实数, 猜测物质世界与暗物质世界的二阶能量和存在守恒定律.

2 模拟并分析银河系中暗物质分布得出的矛盾

位于智利的欧洲南方天文台 (ESO) 甚大望远镜 (VLT) 的观测结果表明, 早期宇宙中包含恒星的大型圆盘星系受到暗物质的影响比今天的星系要小. ^{3 4}

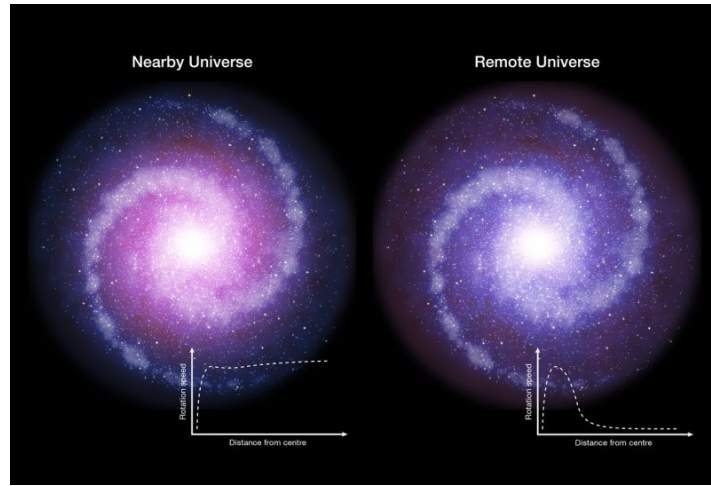


图 2 左图: 天文学家对附近宇宙中的一个星系的概念. 右图: 天文学家对早期宇宙中的星系的概念, 其中暗物质非常少. 来源: ³

Figure 2 Left: astronomer' s concept of a galaxy in the nearby universe. Right: astronomer' s concept of a galaxy in the early universe, with very little dark matter. Source: ³

对此, 暗物质是一种穿梭于星际的流体, 被星系日益月累地俘获是相对合理的解释.

假设银河系只有一个中心天体, 除了中心天体, 其他恒星、行星、星际物质等质量可以忽略不计. 初期银河系没有暗物质, 且不考虑事件视界和相对论效应. 假设暗物质是一种穿梭于星际的流体, 流动速度恒定. 暗物质具有质量, 且流动速度比较小, 可以被银河系中心天体俘获. 仅仅使用圆周运动的动力学分析代替椭圆形行星轨道或者进动椭圆形行星轨道. 物质与暗物质之间存在引力. 在假设暗物质与暗物质之间存在引力的情况下, 不考虑相邻星系对银河系暗物质晕的引力, 会得出银河系总质量要么几乎没有变动约等于原有物质的质量, 要么近似直线上升的结论. 具体证明见 11.1 暗物质与暗物质之间存在引力的假设引发的末日悖论.

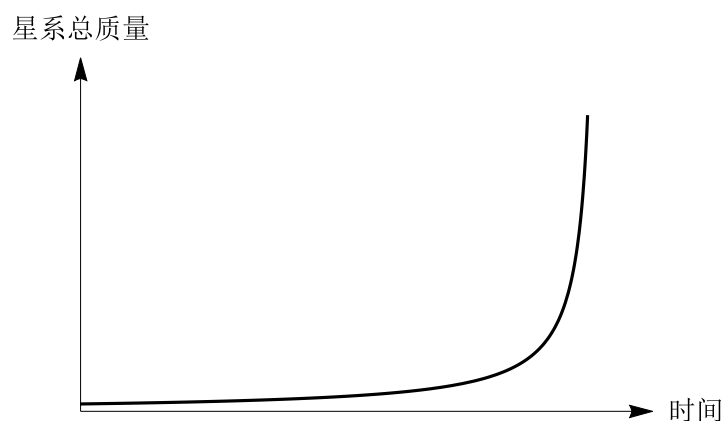


图 3 在暗物质与暗物质之间存在引力的情况下星系总质量增长曲线

Figure 3 The growth curve of the total mass of the galaxy when there is gravity of attraction between dark matter and dark matter

在这种假设下会引发末日悖论, 所以假设不成立. 假设银河系只有一个中心天体, 假设暗物质是一种穿梭于星际的流体, 这两个假设相对存在一定的合理性. 假设暗物质与暗物质之间存在引力, 这个假设的相对合理性并不高. 在三个假设只有第三个假设是错误的情况下, 暗物质与暗物质之间存在引力是伪命题.

由此可得, 暗物质与暗物质之间不存在引力为真.

进而得到, 暗物质与暗物质之间存在斥力或暗物质与暗物质之间既不存在引力也不存在斥力为真.

3 质量相乘的二元运算

牛顿的万有引力定律 (Newton's law of universal gravitation), 通称万有引力定律. 万有引力定律是由英国物理学家艾萨克·牛顿 (Isaac Newton) 于 1687 年于《自然哲学的数学原理》中首次发表. 定律指出, 两个质点彼此之间相互吸引的作用力, 是与它们的质量乘积成正比, 并与它们之间的距离成平方反比.⁵ 标量式方程表示为:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (3 - 1)$$

其中, F 两个物体之间的万有引力, G 万有引力常数, m_1 物体 1 的质量, m_2 物体 2 的质量, r 两个物体之间的距离.

库仑定律 (Coulomb's law) 为法国物理学家查尔斯·库仑 (Charles-Augustin de Coulomb) 于 1785 年发现的物理学定律. 库仑定律表明, 在真空中两个静止点电荷之间的相互作用力, 与两电荷间距离的平方成反比, 且与两电荷电量的乘积成正比, 作用力方向在它们的连线上, 同号电荷相斥, 异号电荷相吸.⁶ 库仑定律的标量形式可以表示为:

$$F = k_e \frac{q_1q_2}{r^2} \quad (3 - 2)$$

其中, F 作用力, k_e 库仑常数, q_1 q_2 为两个带有正负号的电荷, r 两个电荷彼此之间的距离

逻辑门中的布尔函数的二元运算

逻辑与

$P \wedge Q$		Q	
		0	1
P	0	0	0
	1	0	1

逻辑或

$P \vee Q$		Q	
		0	1
P	0	0	1
	1	1	1

逻辑异或

$P \oplus Q$		Q	
		0	1
P	0	0	1
	1	1	0

库仑定律中电荷相乘的二元运算

电荷乘积

$P \cdot Q$		Q	
		+1	-1
P	+1	-1	+1
	-1	+1	-1

万有引力定律中质量相乘的二元运算, 参考逻辑门和库仑定律中的二元运算, 引入暗物质类型, 考虑可能出现的情况有 2 种:

1 暗物质之间存在斥力

质量乘积

$P \cdot Q$		Q	
		+1	-1
P	+1	+1	+1
	-1	+1	-1

2 暗物质之间无引力也无斥力

质量乘积

$P \cdot Q$		Q	
		+1	-1
P	+1	+1	+1
	-1	+1	0

根据哈勃定律, 宇宙是膨胀的, 所以宇宙需要一种斥力来完成宇宙的膨胀, 舍弃第 2 种情况, 保留第 1 种情况

暗物质之间存在斥力 (变换质量的单位和质量乘积的单位)

质量乘积

$P \cdot Q$		Q	
		k	i
P	k	+ k	+ k
	i	+ k	- k

暗物质之间存在斥力 (考虑用实数虚数变换)

实数虚数乘积

$P \cdot Q$		Q	
		k	i
P	k	+1	+i
	i	+i	-1

使用目前数学体系广泛使用的实数和虚数, 并不能满足在考虑暗物质后质量乘积的要求, 故对复数进行推广.

4 复数的推广

复数的笛卡尔表示, 由丹麦-挪威数学家卡斯帕尔·韦塞尔 (Caspar Wessel) 于 1799 年首次描述. 目前数学体系使用的复数是不对称的, 实数不包含一个单位向量. 对复数进行推广, 得到广义复数. 广义复数与复数不同的地方是实数部分包含一个实数向量. 目前数学体系使用的复数中虚数单位向量用 i 表示, 这里用 k 表示实数单位向量.

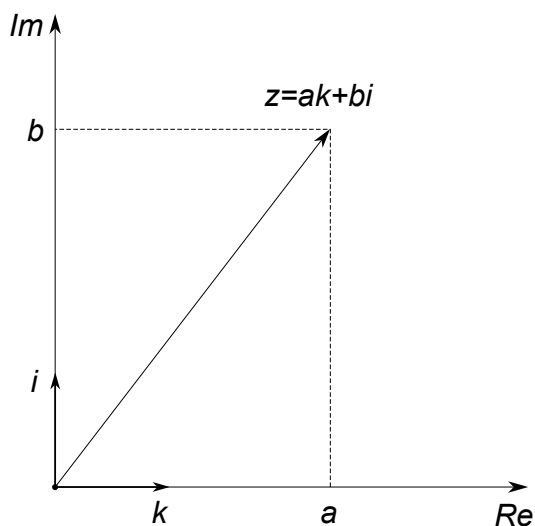


图 4 笛卡尔坐标系中广义复数的几何表示

Figure 4 Geometric representation of a generalized complex number in Cartesian coordinate system

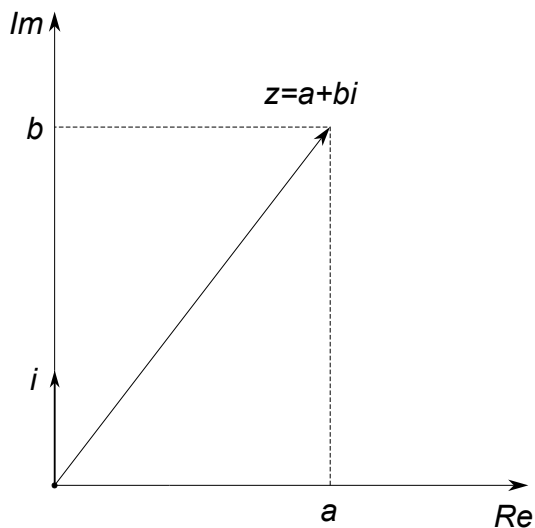


图 5 笛卡尔坐标系中复数的几何表示

Figure 5 Geometric representation of a complex number in Cartesian coordinate systems

已知实数轴单位向量自身相乘满足关系式 $k \cdot k = k$, 假设 $k \cdot i$ 和 $i \cdot i$ 的结果只有: 实数轴单位向量 k , 实数轴单位向量的反向向量 $-k$, 虚数轴单位向量 i , 虚数轴单位向量的反向向量 $-i$. 这里不区分点积和叉积, 符号 $\cdot$ 和 $\times$ 意义相同. 假设 $k \cdot i = i \cdot k$, 单位向量的乘法满足交换律.

shell 环境使用 AWK 穷举 $i \cdot i$ 和 $k \cdot i$ 所有可能:

```
awk 'BEGIN{a[0] = "+k";a[1] = "-k";a[2] =
"+i";a[3] = "-i";for(i in a){for(j in a){printf
"%s\t%s\n",a[i],a[j]}} }'
```

```
+k  +k
+k  -k
+k  +i
+k  -i
-k  +k
-k  -k
-k  +i
-k  -i
+i  +k
+i  -k
+i  +i
+i  -i
-i  +k
-i  -k
-i  +i
-i  -i
```

笛卡尔坐标系上每一点, 对应一个有序对 (a, b) . 坐标系原点 $(0, 0)$ 与点 (a, b) 组成一个有向线段, 这个有向线段对应一个矢量, 使用 $ak + bi$ 表示这个矢量. $ak + bi$ 命名为二元数. 假设每一种乘法对应一种二元数.

先考虑最普遍的情况, 在乘法的两个输入参数中, 实数轴的正负单位矢量视为不同的矢量, 虚数轴的正负单位矢量也视为不同的矢量. 同时乘法的参数是存在先后顺序的.

实数和虚数的正负单位矢量组成集合 $Set_RIU, Set_RIU = \{+k, -k, +i, -i\}$, 集合 Set_RIU 内元素之间的乘法就是一种函数, 输入 2 个变量, 输出 1 个变量. 规定: 输入变量和输出变量的取值范围是一样的. 输入状态有 $4^2 = 16$ 种, 输出状态有 $4^1 = 4$ 种. 下面开始统计这个函数的种类数量. 按照组合数学的分步乘法计数原理, 输出状态的数量是步骤的数量, 输入状态的数量是每一个步骤对应方法的数量. 集合 Set_RIU 元素之间的乘法一共有 $(4^1)^{(4^2)} = 4294967296$ 种. 这种情况下二元数有 4294967296 种.

为了方便理解前面提到的运算分类, 下面以逻辑门中的二进制运算分类为例. 集成电路的逻辑门中, 可以使用布尔代数来表示. 逻辑门涉及的是二进制运算. 二进制运算中, 输入 1 个变量, 输出 1 个变量, 称为一元二进制运算. 二进制运算中, 输入 2 个变量, 输出 1 个变量, 称为二元二进制运算. 虽然一元和二元二进制运算的固定输出位只有一个, 但输出位在不同的输入变量情况下始终占据一个位置, 输出位在不同的输入变量情况下可以不同, 这就导致一元和二元二进制运算的动态输出位不止一个.

一般的函数是输入多个变量输出一个变量, 属于多对一的映射. 如果一种新的二进制运算不同于一元和二元二进制运算, 是输入多个变量输出多个变量, 属于多对多的映射, 这种映射可以命名为多值函数 (Multi-output function). 多值函数是一种新的计算模型, 弥补了 λ 演算整体抽象不足的缺点.

二进制多值函数, 输入 n 个变量, 输出 m 个变量, 一共有 $(2^m)^{(2^n)}$ 种分类. 一元和二元二进制运算是一种特殊的多值函数, 输入 n 个变量, 输出 1 个变量, 一共有 $(2^1)^{(2^n)}$ 种分类. 一元二进制运算有 $(2^1)^{(2^1)} = 4$ 种分类, 二元二进制运算有 $(2^1)^{(2^2)} = 16$ 种分类.

表 1 一元二进制运算动态输出位

Table 1 Dynamic output bits for binary system unary operations

A	X
0	X1
1	X2

表 2 一元二进制运算分类表

Table 2 Binary system unary operations classification table

X1	X2	名称	与、或、非门组合等价电路
0	0		$(A \& \& (!A))$
0	1	buffer	A
1	0	not	$(!A)$
1	1		$(A (!A))$

表 3 二元二进制运算动态输出位

Table 3 Dynamic output bits for binary system binary operation

A	B	X
0	0	X1
0	1	X2
1	0	X3
1	1	X4

表 4 二元二进制运算分类表

Table 4 Binary system binary operations classification table

X1	X2	X3	X4	名称	与、或、非门组合等价电路
0	0	0	0		$((A \& \& (!A)) \& \& B)$
0	0	0	1	and	$(A \& \& B)$
0	0	1	0		$(A \& \& (!B))$
0	0	1	1		$(A \& \& (A B))$
0	1	0	0		$((!A) \& \& B)$
0	1	0	1		$((A \& \& B) B)$
0	1	1	0	xor	$((A \& \& (!B)) ((!A) \& \& B))$
0	1	1	1	or	$(A B)$
1	0	0	0	nor	$(!(A B))$
1	0	0	1	xnor	$((A \& \& B) (!(A B)))$
1	0	1	0		$(!(A \& \& B) B)$
1	0	1	1		$(A (!B))$
1	1	0	0		$(!(A \& \& (A B)))$
1	1	0	1		$((!A) B)$
1	1	1	0	nand	$(!(A \& \& B))$
1	1	1	1		$(A (B (!B)))$

美国计算机科学家克劳德·香农 (Claude Shannon) 在他的硕士学位论文《A symbolic analysis of relay and switching circuits》提出了布尔递归定理 (Boolean Recursive Theorem). [3] 该定理表明, 任意 n 元布尔函数都可以表示为两个 n-1 元布尔函数的组合.

任意一种算法, 只要属于离散数学范畴, 都可以使用二进制表示. 任意一种算法, 都可以使用多值函数描述, 只要属于离散数学范畴, 都可以二进制多值函数描述. 二进制多值函数, 输入 n 个变量, 输出 m 个变量, 可以分解成 m 个 n 元布尔函数. 每个 n 元布尔函数都可以使用 $n-1$ 元布尔函数递归表示, 这意味着 n 元布尔函数可以使用一元二进制运算和二元二进制运算表示. 一元二进制运算和二元二进制运算都可以用与门 (AND)、或门 (OR) 和非门 (NOT) 的组合电路表示, 或者使用单独的或非门 (NOR) 组合电路表示, 或者使用单独的与非门 (NAND) 组合电路表示. 因此, 任意一种算法, 只要它属于离散数学范畴, 都可以使用与门、或门、非门组合电路表示, 可以用 CPU 或者 GPU 来执行运算.

任意两种算法, 只要它们的输入输出状态相同, 那么这两种算法是等价的. 等价的算法组成一个算法的集合, 这个集合中必然存在一个或者多个最短路径的算法.

最短路径的算法, 如果使用与门、或门、非门组合电路表示, 意味着使用逻辑门的数量最少, 从物理层面来看, 这使 CPU 或者 GPU 的运算速度最快, 运算时间最短, 功耗最低.

排除量子力学层面随机性的影响, 算法的等价原则意味着人脑和计算机程序没有什么不同, 人脑就是一种图灵机.

目前, 最先进的人工智能大语言模型的输入参数达到了千亿规模. 大语言模型的运算依赖大量的高端显卡, 导致全球高端显卡供不应求.

对于一个人工智能算法, 找到这个算法的最短路径的二进制运算表示, 可以大幅度降低人工智能的算力需求.

以上, 是对于运算分类和新的计算模型多值函数的介绍. 存在大量的超出我们常识的运算规则, 使用多值函数这种计算模型可以采用暴力搜索的策略寻找需要的运算规则.

考虑特殊的情况, 在乘法的两个输入参数中, 负单位矢量前面的因子 -1 可以提取出来, 因子 -1 与单位向量之间的乘法满足乘法的结合律.

只考虑单位向量乘积 $k \cdot k$ 、 $k \cdot i$ 、 $i \cdot k$ 和 $i \cdot i$, 影响乘法分类的有 4 种单位向量乘法, 每一种单位向量乘积都有 4 种可能, 这种情况下二元数有 $4^4 = 256$ 种.

把 $k \cdot i$ 与 $i \cdot k$ 视作相等的, 影响乘法分类的有 3 种单位向量乘法, 每一种单位向量乘积都有 4 种可能, 这种情况下二元数有 $4^3 = 64$ 种.

定义 $k \cdot k = k$, 把 $k \cdot i$ 与 $i \cdot k$ 视作相等, 影响乘法分类的有 2 种单位向量乘法, 每一种单位向量乘积都有 4 种可能, 这种情况下二元数变成命名为广义复数, 广义复数有 $4^2 = 16$ 种.

表 5 广义复数分类表

Table 5 Generalized complex number classification table

	Common[$k \cdot k$]	Common[$i \cdot i$]	Common[$k \cdot i$]	i 类型
1	+1	+1	+1	a 类虚数
2	+1	+1	-1	b 类虚数
3	+1	+1	+i	双曲虚数
4	+1	+1	-i	对双曲虚数
5	+1	-1	+1	c 类虚数
6	+1	-1	-1	d 类虚数
7	+1	-1	+i	虚数
8	+1	-1	-i	对虚数
9	+1	+i	+1	
10	+1	+i	-1	
11	+1	+i	+i	
12	+1	+i	-i	
13	+1	-i	+1	
14	+1	-i	-1	
15	+1	-i	+i	
16	+1	-i	-i	

	$k \cdot k$	$i \cdot i$	$k \cdot i$	$\text{Re}[k \cdot k]$	$\text{Re}[i \cdot i]$	$\text{Re}[k \cdot i]$	z 类型
1	$+k$	$+k$	$+k$	$+1$	$+1$	$+1$	a 类复数
2	$+k$	$+k$	$-k$	$+1$	$+1$	-1	b 类复数
3	$+k$	$+k$	$+i$	$+1$	$+1$	0	双曲复数
4	$+k$	$+k$	$-i$	$+1$	$+1$	0	对双曲复数
5	$+k$	$-k$	$+k$	$+1$	-1	$+1$	c 类复数
6	$+k$	$-k$	$-k$	$+1$	-1	-1	d 类复数
7	$+k$	$-k$	$+i$	$+1$	-1	0	复数
8	$+k$	$-k$	$-i$	$+1$	-1	0	对复数
9	$+k$	$+i$	$+k$	$+1$	0	$+1$	
10	$+k$	$+i$	$-k$	$+1$	0	-1	
11	$+k$	$+i$	$+i$	$+1$	0	0	
12	$+k$	$+i$	$-i$	$+1$	0	0	
13	$+k$	$-i$	$+k$	$+1$	0	$+1$	
14	$+k$	$-i$	$-k$	$+1$	0	-1	
15	$+k$	$-i$	$+i$	$+1$	0	0	
16	$+k$	$-i$	$-i$	$+1$	0	0	

上面的表格中, 实数单位向量 k , 广义虚数单位向量 i , 向量乘积 $\cdot$, 广义复数 $z = ak + bi$ (a, b 为比例系数), $\text{Common}[z]$: 复数 z 代入 $k = 1$, $\text{Re}[z]$: 复数 z 的实部

在已知 $k \cdot k$ 、 $i \cdot i$ 、 $k \cdot i$ 取值的情况下, 仿照复数运算的规则, 对广义复数的运算进行变换推导, 可得到和复数四则运算相似的广义复数四则运算法则。

表 6 复数、双曲复数、a 类复数、b 类复数、c 类复数、d 类复数的四则运算法则比较

Table 6 Comparison of four arithmetic rules for complex numbers, hyperbolic complex numbers, class a complex numbers, class b complex numbers, class c complex numbers, and class d complex numbers

	复数
加法	$(ak + bi) + (ck + di) = (a + c)k + (b + d)i$
减法	$(ak + bi) - (ck + di) = (a - c)k + (b - d)i$
乘法	$(ak + bi) \times (ck + di) = (ac - bd)k + (bc + ad)i$
除法	$(ak + bi) \div (ck + di) = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2}k + \frac{(bc - ad)}{c^2 + d^2}i, (c \neq 0) \wedge (d \neq 0)$
	双曲复数
加法	$(ak + bi) + (ck + di) = (a + c)k + (b + d)i$
减法	$(ak + bi) - (ck + di) = (a - c)k + (b - d)i$
乘法	$(ak + bi) \times (ck + di) = (ac + bd)k + (bc + ad)i$
除法	$(ak + bi) \div (ck + di) = \frac{ac - bd}{c^2 - d^2}k + \frac{(bc - ad)}{c^2 - d^2}i, (c \neq 0) \wedge (c^2 - d^2 \neq 0)$
	a 类复数
加法	$(ak + bi) + (ck + di) = (a + c)k + (b + d)i$
减法	$(ak + bi) - (ck + di) = (a - c)k + (b - d)i$
乘法	$(ak + bi) \times (ck + di) = (ac + bc + ad + bd)k$
除法	$ak \div (ck + di) = \frac{a}{c + d}k, c + d \neq 0$
	b 类复数

加法	$(ak + bi) + (ck + di) = (a + c)k + (b + d)i$
减法	$(ak + bi) - (ck + di) = (a - c)k + (b - d)i$
乘法	$(ak + bi) \times (ck + di) = (ac - bc - ad + bd)k$
除法	$ak \div (ck + di) = \frac{a}{c - d}k, c - d \neq 0$
c 类复数	
加法	$(ak + bi) + (ck + di) = (a + c)k + (b + d)i$
减法	$(ak + bi) - (ck + di) = (a - c)k + (b - d)i$
乘法	$(ak + bi) \times (ck + di) = (ac + bc + ad - bd)k$
除法	$ak \div (ck + di) = \frac{a}{c + d}k, c^2 - d^2 \neq 0$
d 类复数	
加法	$(ak + bi) + (ck + di) = (a + c)k + (b + d)i$
减法	$(ak + bi) - (ck + di) = (a - c)k + (b - d)i$
乘法	$(ak + bi) \times (ck + di) = (ac - bc - ad - bd)k$
除法	$ak \div (ck + di) = \frac{a}{c - d}k, c^2 - d^2 \neq 0$

注: 复数、双曲复数乘法的逆运算存在唯一解,a 类复数、b 类复数、c 类复数、d 类复数乘法的逆运算存在无数组解, 这里定义的除法是乘法的逆运算, 当且仅当商数是一个虚部为 0 的广义复数 (商数是一个实数) 的情况下.

根据量子涨落原理, 空间生成了由粒子和反粒子组成的虚粒子对. 虚粒子对数量为 2.

引力势能是指物体因为大质量物体的万有引力而具有的势能, 其大小与其到大质量物体的距离有关.⁷

$$E_p = -\frac{GMm}{r} \quad (4 - 1)$$

其中 G 为万有引力常数, M 、 m 分别为两物体质量, r 为两者距离.

前面 1 - 25 式、1 - 30 式给出静止物质与暗物质的静质量对应的相对论能量分别为:

$$E_m = m_{00}c^2k \quad E_d = m_{00}c^2i$$

假设物质和另一种物质同时诞生, 所有物质和另一种物质被均匀分为两部分, 并且相隔一段距离. 对于每一个独立的部分, 总二阶能量是一个可以取正取负取 0 的实数. 假设二阶能量和存在守恒定律, 初始动能为 0, 势能不为 0. 二阶能量是势能和能量对应能量平方和.

$$\left(-\frac{G(ak + bi)^2}{L}\right)^2 + (ac^2k)^2 + (bc^2i)^2 = (Ek)^2 \quad (4 - 2)$$

上式中, E 是能量值, 为实数. a 是物质的质量数总量的一半, b 是另一种物质的质量数总量的一半, L 是两部分的距离, c 是光速, G 是万有引力常数, k 是实数单位向量, i 是虚数单位向量.

《老子》, 又名《道德经》, 是先秦时期的古籍, 相传为春秋末期思想家老子所著.

马王堆汉墓帛书《老子》有云:“天下之物生于有, 有生于无. 道生一, 一生二, 二生三, 三生万物. 万物负阴而抱阳, 冲气以为和.”

从中国古代哲学思想中获得启发, 假设质量诞生于虚无, 上式中机械能与静质量对应的能量的二阶能量的总和为 0. 方程变为:

$$\left(-\frac{G(ak + bi)^2}{L}\right)^2 + (ac^2k)^2 + (bc^2i)^2 = 0 \quad (4 - 3)$$

4 - 3 式中 L^2 存在解的广义复数只有 a 类复数、b 类复数、c 类复数和 d 类复数. 同时得出四种情况下 L^2 相关的等式

$$L^2 = -\frac{G^2(a+b)^4}{c^4(a^2+b^2)} \quad (4-4)$$

$$L^2 = -\frac{G^2(a-b)^4}{c^4(a^2+b^2)} \quad (4-5)$$

$$L^2 = -\frac{G^2(a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4)}{c^4(a^2 - b^2)} \quad (4-6)$$

$$L^2 = -\frac{G^2(a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4)}{c^4(a^2 - b^2)} \quad (4-7)$$

c 类虚数对应于一种物质的质量数, 先命名这种物质为暗物质. 相应的, a 类虚数、b 类虚数、d 类虚数对应的其他物质分别命名为另物质、对物质、远物质.

a 类复数: 物质、另物质质量数, 物质与物质相互吸引, 另物质与另物质相互吸引, 另物质与物质相互吸引. 另物质与物质同质同构或同质异构, 另物质可以保留在可观测宇宙.

b 类复数: 物质、对物质质量数, 物质与物质相互吸引, 对物质与对物质相互吸引, 对物质与物质相互排斥. 对物质远离可观测宇宙.

c 类复数: 物质、暗物质质量数, 物质与物质相互吸引, 暗物质与暗物质相互排斥, 暗物质与物质相互吸引. 暗物质可以保留在可观测宇宙.

d 类复数: 物质、远物质质量数, 物质与物质相互吸引, 远物质与远物质相互排斥, 远物质与物质相互排斥. 远物质远离可观测宇宙.

令 $L^2 > 0, G^2 > 0, c^4 > 0$, 上面四个等式中前两个等式左边大于 0, 右边小于等于 0, 无法成立. 第 3 个和第 4 个等式能够成立. 这个时候 4 - 3 式中 L^2 存在解的广义复数只有 c 类复数和 d 类复数.

假设质量诞生于虚无, 物质的虚粒子对的反粒子, 要么是暗物质要么是远物质, 只有这两种可能.

假设 c 类复数对应的暗物质和天文学上暗物质是同一个概念. 目前已经发现暗物质存在的证据, 如下图所示.

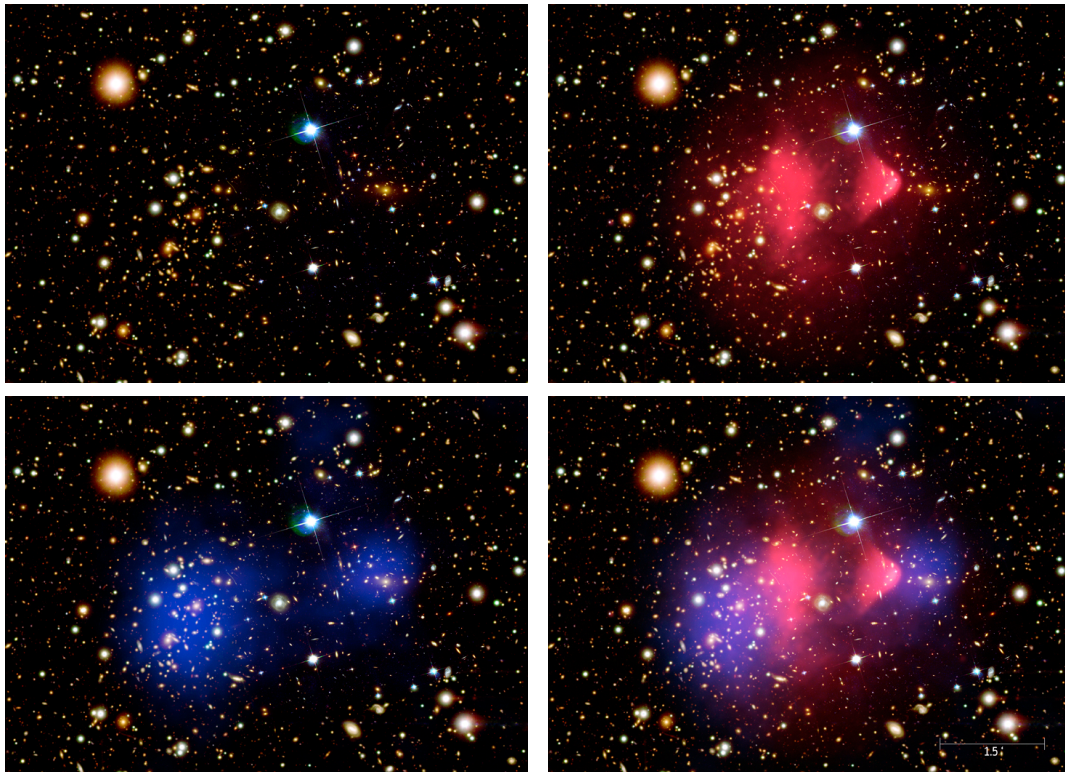


图 6 子弹星系团 来源:NASA 钱德拉 X 射线天文台⁸

Figure 6 Bullet Cluster Source: NASA Chandra X-ray Observatory⁸

子弹星系团 (Bullet Cluster) 由两个碰撞的星系团组成.

第一张图是星系可见光图像.

第二张图是气体 X 射线图像叠加在星系可见光图像上.

第三张图是通过引力透镜计算物质分布叠加在星系可见光图像上.

第四张图是气体 X 射线图像和通过引力透镜计算物质分布叠加在星系可见光图像上.

子弹星团的引力透镜研究为暗物质的存在提供了迄今为止最好的证据.

综合上面的分析, 在质量诞生于虚无、宇宙二阶能量总和为 0 和量子涨落虚粒子对数量为 2 的假设条件下, 可观测宇宙中能够与物质组成虚粒子对的只有暗物质.

5 负光子、虚电磁波与麦克斯韦方程组

下面开始, 在电动力学领域检查暗物质带来的影响. 在此之前做一些预备工作, 因为引入新的数系的缘故, 有必要整理归纳实数和 c 类复数单位向量的运算关系, 以及 c 类复数单位向量之间的运算关系.

现有的数学体系中不同数之间的关系:

自然数 $\subset$ 整数 $\subset$ 有理数 $\subset$ 实数 $\subset$ 复数

为所有的实数添加一个单位 n .

下面的表格列出 c 类复数实数单位 k , c 类复数虚数单位 i 和实数单位 n 之间的运算关系

表 7 c 类复数单位向量和实数单位向量之间的运算关系

Table 7 Operational relations between class c complex unit vectors and real unit vectors

$k \times k = k$	$\sqrt{-i} = \text{Undefined}$
$k \times i = k$	$k \times n = nk$
$i \times i = -k$	$i \times n = ni$
$k \div k = (k, i, -i, n)$	$n \times n = n$
$i \div i = (k, i, -i, n)$	$n \div n = n$
$k \div i = (k, -i)$	$n \div k = nk^{-1}$
$i \div k = (k, -k, i, -i)$	$n \div i = ni^{-1}$
$\sqrt{k} = k$	$ni^{-1} = -nk^{-1}$
$\sqrt{-k} = i$	$k \div n = nk$
$\sqrt{i} = \text{Undefined}$	$i \div n = ni$

c 类复数是刚刚提出来的新的数系, 上面的运算规则可能不够完善. k^{-1} 和 i^{-1} 与不同的单位向量相乘会出现不同的结果, 这类数可以分别称为 c 类不定实数和 c 类不定虚数.

上表中, 括号内的值表示运算有多个可能的结果.

国际单位制基本单位如下表所示

表 8 国际单位制基本单位

Table 8 Basic units of the International System of Units

物理量	单位符号
长度	m
质量	kg
时间	s
电流	A
热力学温度	K
物质的量	mol
发光强度	cd

下面的表格给出常见的从国际单位制导出的命名字单位和物理量的复合单位

表 9 常见的命名字单位和物理量的复合单位以基本单位表达

Table 9 Common named units and composite units of physical quantities expressed in basic units

物理量	单位符号	以基本单位表达	物理量	单位符号	以基本单位表达
力	N	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	速度		$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
压强	Pa	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$	加速度		$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
能量	J	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$	动量		$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
功率	W	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$	普朗克常数		$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
电压	V	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$	电场强度		$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$
电容	F	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2$	电位移		$\text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A}$
电阻	Ω	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$	磁感应强度		$\text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$
电导	S	$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{A}^2$	磁场强度		$\text{m}^{-1} \cdot \text{A}$
磁通量	Wb	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$	真空电容率		$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2$
电感	H	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$	真空磁导率		$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$
电荷	C	$\text{s} \cdot \text{A}$	万有引力常数		$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$
频率	Hz	s^{-1}			

原有的物理量的一般的取值是实数. 当 7 个基本单位中的质量定义发生变化后, 所有与质量相关的物理量使用的数值都会出现变动.

下面的表格按照与质量相关的属性, 划分不同的物理量, 与质量相关的物理量通常与 kg 或者 kg^{-1} 有关.

表 10 按照与质量相关的属性划分的物理量

Table 10 Physical quantities according to attributes related to quality

与 k 或者 i 相关的物理量	力, 压强, 能量, 功率, 电压, 电阻, 磁通量, 电感, 动量, 普朗克常数, 电场强度, 磁感应强度, 真空磁导率
与 k^{-1} 或者 i^{-1} 相关的物理量	真空电容率, 电容, 电导, 万有引力常数
仅仅由实数构成, 与 c 类复数无关的物理量	长度, 时间, 电流, 电荷, 频率, 速度, 加速度, 电位移, 磁场强度

麦克斯韦方程组 (Maxwell's equations) 是因英国物理学家詹姆斯·麦克斯韦 (James Clerk Maxwell) 而命名. 麦克斯韦在 19 世纪 60 年代构想出这方程组的早期形式, 并在 1873 年提出较为完善的形式. 麦克斯韦方程组是一组描述电场、磁场与电荷密度、电流密度之间关系的偏微分方程. 早期麦克斯韦的方程组有 20 条方程, 今天通用的麦克斯韦方程组只有 4 条方程, 这个利用向量简化麦克斯韦方程组的工作则由英国物理学家奥利弗·亥维赛 (Oliver Heaviside) 完成.^{9 10 [4]}

光子, 又称光量子, 是传递电磁相互作用的基本粒子. 现代光子概念建立在阿尔伯特·爱因斯坦 (Albert Einstein) 和德国物理学家马克斯·普朗克 (Max Planck) 的研究基础上. 1926 年, 美国物理化学家吉尔伯特·路易斯 (Gilbert Lewis) 正式提出“光子 (photon)”的命名.¹¹

物质吸收光和发射光所涉及的能量量子化可以正确解释黑体辐射与光电效应等实验现象.

根据前面的结论, 物质世界的能量和质量与暗物质世界的能量和质量互为虚数乘积关系.

在频率相同的情况下, 物质世界物质吸收光和发射光所涉及的每一份能量与暗物质世界暗物质吸收光和发射光所涉及的每一份能量也存在虚数乘积关系. 相对于物质世界的光子、电磁波, 暗物质世界的光子、电磁波可以称之为负光子、虚电磁波.

在电磁学中, 坡印亭定理是用偏微分方程陈述的关于电磁场的能量守恒的定理, 由英国物理学家约翰·亨利·坡印亭 (John Henry Poynting) 于 1884 年发表.^{12 13}

在坡印亭定理中, 电磁场的能量密度

$$u = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) \quad (5-1)$$

在真空中传播的电磁波的能量密度 u ¹⁴

$$u = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2) \quad (5-2)$$

其中, $\mathbf{E}$ 电场强度, $\mathbf{B}$ 磁感应强度, $\mathbf{D}$ 电位移矢量, $\mathbf{H}$ 磁场强度, μ_0 真空磁导率, ε_0 真空电容率.

能量密度 u 是存储在给定系统或空间区域中每单位体积的能量.¹⁵

约定电磁波在给定空间区域的体积为 V , 总能量为 E , 可得

$$E = uV = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 \mathbf{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2)V \quad (5-3)$$

在量子力学里, 普朗克-爱因斯坦关系式阐明, 光子的能量与频率成正比¹⁶

$$E = h\nu \quad (5-4)$$

其中, E 光子能量, h 普朗克常数, ν 光子频率.

约定上面体积为 V 的给定空间区域的电磁波总能量为 E , 对应于频率为 ν 的一份光子能量.

易得

假如 E 是 c 类实数, 那么 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 h 、 μ_0 都是 c 类实数, ε_0 是 c 类不定实数.

假设 E 是 c 类虚数, 那么 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 h 、 μ_0 都是 c 类虚数, ε_0 是 c 类不定虚数.

在物质世界的能量是 c 类实数, 暗物质能量是 c 类虚数的前提下, 暗物质世界的电场强度、磁感应强度、普朗克常数、真空磁导率都是 c 类虚数, 而物质世界的电场强度、磁感应强度、普朗克常数、真空磁导率都是 c 类实数. 暗物质世界的真空电容率是 c 类不定虚数, 物质世界的真空电容率是 c 类不定实数.

接下来, 我们将检查前述假设在麦克斯韦方程组中是否存在矛盾.

在没有电荷和电流的真空中, 麦克斯韦方程组变为^[5]

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (5-5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5-6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (5-7)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (5-8)$$

对 5-7 式和 5-8 式作向量恒等变换

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \nabla \times \left(-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{B}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (5-9)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} = \nabla \times \left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \\ &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (5-10)$$

把 5-5 式代入 5-9 式, 把 5-6 式代入 5-10 式, 可得

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (5-11)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} \quad (5-12)$$

这个时候, 电磁波的磁感应强度 $\mathbf{B}$ 和电场强度 $\mathbf{E}$ 已经分离变量, 彼此独立了. $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{E}$ 同时满足三维波动方程

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (5-13)$$

平面行进正弦波可以作为波动方程 5-11、5-12 的一般解.

构建一个简单的电磁场, 满足上面的波动方程, 电磁场的磁感应强度和电场强度与空间时间的关系如下 [6]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin[y - vt] \hat{z}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \sin[y - vt] \hat{x}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

$$v = \pm c$$

$$\mathbf{E}_0 = v \mathbf{B}_0$$

$$\mathbf{B}_0 = \frac{1}{v} \mathbf{E}_0$$

其中 $\mathbf{E}_0$ 和 $\mathbf{B}_0$ 是常量, c 是光速, v 是电磁波传播速度, $\hat{x}$ 是 x 轴的单位向量, $\hat{z}$ 是 z 轴的单位向量, $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 μ_0 、 ε_0 与 5-2 式中的定义相同.

绘制在坐标原点处 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{E}$ 恰好等于 0 时刻的电磁波图像

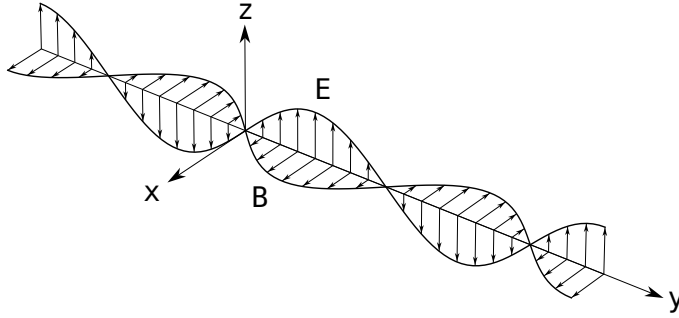


图 7 平面行进正弦波的电磁波图像

Figure 7 Image of an electromagnetic wave in the form of a plane traveling sine wave

下面开始对光速 c 进行检验.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (5-14)$$

根据前面的结论, 暗物质世界的 ε_0 是 c 类不定虚数、 μ_0 是 c 类虚数, 物质世界的 ε_0 是 c 类不定实数、 μ_0 是 c 类实数.

分析可得:

物质世界的电磁波与暗物质世界的虚电磁波传播速度 c 都是实数, 并且数值相等.

相对论能量-动量方程

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2$$

对于光子, 动量 $p \neq 0$, 静质量 $m_0 = 0$

相对论能量-动量方程变为

$$E^2 = (pc)^2 \quad (5-15)$$

假设 E 是正 c 类实数或者正 c 类虚数, 前面已经分析得 c 是实数, 开方可得

$$E = pc \quad (5-16)$$

分析可得:

物质世界的光子的动量 p 是 c 类实数,

暗物质世界负光子的动量 p 是 c 类虚数.

物质波, 又称德布罗意波, 是量子力学理论的中心部分, 该理论指出所有物质都表现出波动性. 物质波由法国物理学家路易·德布罗意 (Louis de Broglie) 在 1924 年提出的, 也被称为德布罗意假说.¹⁷ 德布罗意关系式中, 具有质量的粒子物质波的波长 λ 与普朗克常数 h 和它的动量 p 有关:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (5-17)$$

波长 λ , 是空间长度的一种表示.

前面的结论可得:

对于物质世界, 普朗克常数 h 是 c 类实数, 光子的动量 p 也是 c 类实数.

对于暗物质世界, 普朗克常数 h 是 c 类虚数, 负光子的动量 p 也是 c 类虚数.

可得:

物质世界的光子德布罗意波的波长 λ 是实数.

暗物质世界的负光子德布罗意波的波长 λ 是实数.

电磁波频率、波长、光速之间的关系为¹⁸

$$c = \nu\lambda \quad (5 - 18)$$

已知物质世界的电磁波与暗物质世界的虚电磁波传播速度 c 都是实数, 物质世界的光子的波长 λ 是实数, 暗物质世界的负光子的波长 λ 是实数.

可得:

物质世界的光子德布罗意波的频率 ν 是实数.

暗物质世界的负光子德布罗意波的频率 ν 是实数.

频率, 是物理学上描述某种具有规律周期性的现象或事件, 在每单位时间内重复发生的次数. 周期定义为往复运动一次所需要的时间, 故频率也可以表示为周期的倒数^{19 20}

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (5 - 19)$$

上式中 T 代表周期, 是时间长度的一种表示.

电磁波周期、波长、光速之间的关系为

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad (5 - 20)$$

已知光子和负光子的频率都是实数, 可得:

在物质世界和暗物质世界, 周期 T 取值范围都是实数.

前面约定能量的平方和称为二阶能量, 用 SOE 表示.

考虑 1 - 7 式, 可得:

在物质世界和暗物质世界, 二阶能量 SOE 都是 c 类实数.

在物质世界和暗物质世界, 光速、空间、时间都是实数. 电场强度、磁感应强度、普朗克常数、真空磁导率、动量、质量、能量、二阶能量在物质世界是 c 类实数, 在暗物质世界是 c 类虚数.

对于物质世界的能量和质量是 c 类实数, 暗物质世界的能量和质量是 c 类虚数的假设, 并未发现与麦克斯韦方程组存在矛盾.

负质量、负能量电磁场相关论文有 [7] [8] [9]. 这里特别感谢俄罗斯人民友谊大学研究人员尼古拉·特列季亚科夫 (Nikolay Tretyakov) 和亚历山大·特列茨基 (Alexandre Terletsy), 他们合著的论文《A unifying hypothesis of dark energy and dark matter: negative masses, imaginary charges and dark minus-photons》中提到负数参数形式的麦克斯韦方程组, 还有暗负光子的概念. 负数参数形式的麦克斯韦方程组是本章的大部分灵感来源. 不同的是, 在本章中负数参数变动为虚数参数.

6 著名专家学者观点的交叉验证

中国科学院国家天文台武向平院士在理论天体物理和观测宇宙学等方面做了多年的研究, 在一次宇宙科普讲座中提出:“我们大概到了一个很关键的阶段, 物理学需要改革了, 就是需要一个变革了, 这个变革是我们脑子里一个固有的东西可能是错的, 我们至今不知道. 就像我们爱因斯坦提出光速不变的时候, 大家没人会相信一样, 那光速大家相信 (它是不变的)? 没人相信它是不变的, 今天我们固有的脑海里一个东西, 一定是错的, 在我们传统的物理学里, 有一个东西是不对的, 只是现在没人知道, 它是什么, 也许质量会变, 也许万有引力常数会变, 也许我们的光速会超越等等, 都是可能的, 只是现在谁也找不出任何证据.”²¹

在我们传统的物理学里, 有一个东西是不对的, 至少是不完备的. 质量、能量的矢量化属于上述观点的一种可能的子集.

7 重力引力场和重力斥力场

一个带正电的点电荷 A 与一个负电的点电荷 B 相隔一段距离, 形成一个电场. 一个外来的点电荷 C, 接近 A 和 B, 同时受到 A 和 B 的作用力. 用电场力的梯度的负数表示电场. 绘制 C 所受电场力的梯度的负数在平面的分布. C 是正电荷与 C 是负电荷两种情况下, 电场形状相同, 方向不同.

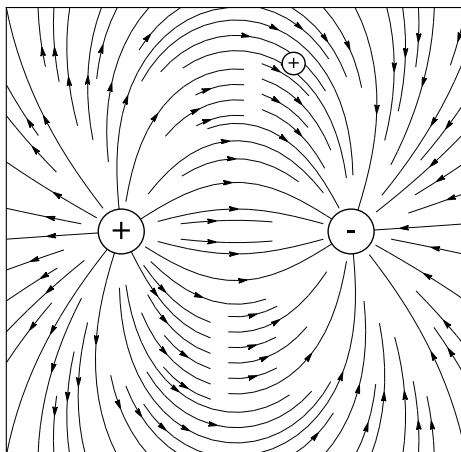


图 8 正负点电荷构成的相对于外来正电荷的电场

Figure 8 An electric field relative to the external positive charges formed by a positive point charge and a negative point charge

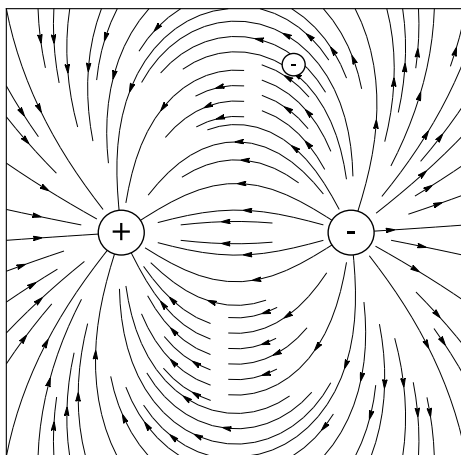


图 9 正负点电荷构成的相对于外来负电荷的电场

Figure 9 An electric field relative to the external negative charges formed by a positive point charge and a negative point charge

一个只含有物质的点 A 与一个只含有暗物质的点 B 相隔一段距离, 形成一个引力场. 一个外来的带有质量的点 C, 接近 A 和 B, 同时受到 A 和 B 的作用力. 用引力的梯度表示引力场. 绘制 C 所受引力的梯度在平面的分布. C 只含有物质与 C 只含有暗物质两种情况下, 引力场形状不相同, 方向也不同.

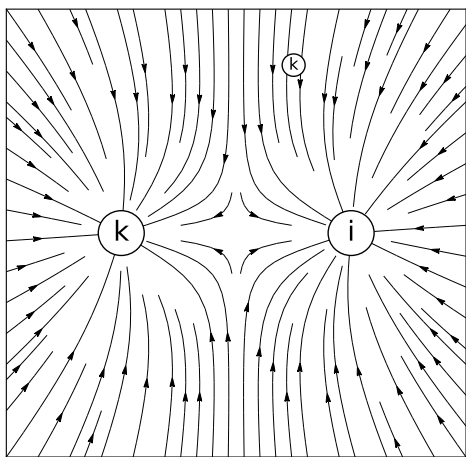


图 10 物质点与暗物质点构成的相对于外来物质点的重力场

Figure 10 A gravity field relative to external matter point formed by a matter point and a dark matter point

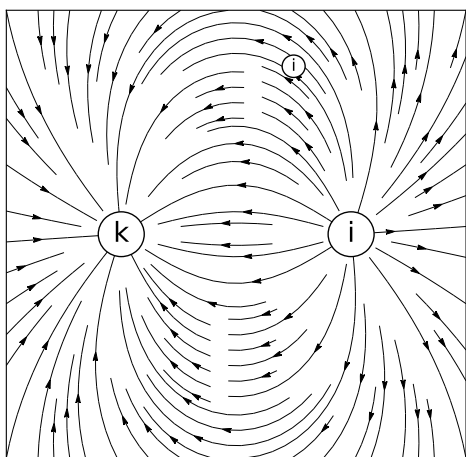


图 11 物质点与暗物质点构成的相对于外来暗物质点的重力场

Figure 11 A gravity field relative to external dark matter point formed by a matter point and a dark matter point

看到上面一张图,联想到曲速引擎. 曲速引擎 (Warp drive) 是一种假想的超光速推进系统, 经常出现于科幻小说的设定中, 尤以在影片《星际迷航》(Star Trek) 中最为常见. 曲速引擎的理论在设定上并不允许在两点间进行瞬时旅行. 曲速引擎将使用尚未被发现的、具有负质量和呈负压的“特异物质”. 由此可以扭曲时空, 造成飞船前方的空间收缩, 后方的空间膨胀. 在宇宙飞船周围出了一种正常时空的人工“气泡”, 使得飞船可以安全的以快于光速的几个数量级的速度航行, 同时又回避了时间膨胀的相对论性的问题.²²

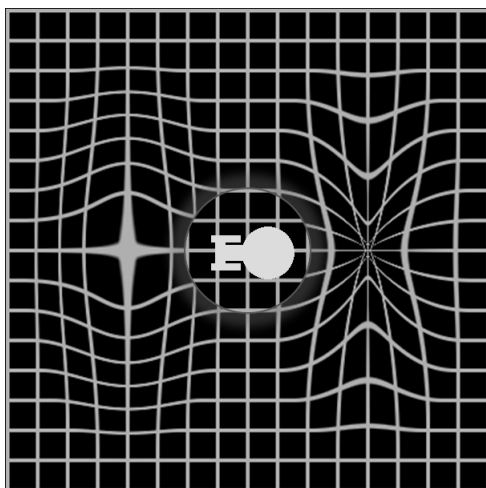


图 12 可视化的曲速引力场, 宇宙飞船处于正常时空的气泡中 来源: ²²

Figure 12 Visualization of the warp gravitational field, with the spacecraft in a bubble of normal spacetime Source: ²²

假设宇宙飞船使用暗物质为主要材料制造, 用实数能量在飞船前方制造一个物质天体, 用虚数能量在飞船后方制造一个暗物质天体. 时空的弯曲图刚好满足曲速引擎的原理构造. 在不考虑其他物理限制条件下, 目前至少在材料上, 曲速引擎是可行的. 一旦使用曲速引擎的宇宙飞船接近或超过光速, 航天空间技术将进入光速时代. 如何把暗物质聚集成固体制造飞船, 如何制造前方物质天体、后方暗物质天体, 如何持续有效的向前飞行, 涉及一系列工程、材料问题. 也许可以解决, 也许无法突破物理限制. 曲速引擎可能只存于想象之中.

后面章节分析可得, 暗物质天体是制造曲速引擎的关键, 虽然曲速引擎可以实现超光速飞行, 但是以曲速引擎的宇宙飞船只能搭载暗物质, 搭载暗物质加速衰老为代价的.

因质量形成的引力场作用, 暗物质与暗物质之间的斥力可以称之为反重力. 广义的重力概念包括物质与物质之间的万有引力、物质与暗物质之间的万有引力、暗物质与暗物质之间的斥力, 狭义的重力概念包括物质与物质之间的万有引力、物质与暗物质之间的万有引力.

一个天体拥有足够致密的质量, 当其强大的重力场让光子都无法逃逸时, 形成黑洞. 物质和暗物质都可以形成相对于光子的黑洞. 一个天体拥有足够致密的质量, 当其强大的重力场产生的排斥效应让负光子都无法进入这个区域时, 形成白洞. 后面章节分析可得, 黑洞的史瓦西半径是固定的, 白洞并没有固定的史瓦西半径, 负光子的反弹截止半径对于不同位置的负光子是不一样的. 在目前的物质暗物质模型中, 没有相对于光子的白洞, 但有相对于负光子的白洞, 这个白洞是由暗物质构成的. 任何虚电磁波照射到白洞的表面都构成全反射, 如果说黑洞是宇宙中最纯粹的黑体, 白洞就是宇宙中最纯粹的球形反光镜. 一个相对于负光子的白洞, 其本身同时也是相对于光子的黑洞. 在物质-远物质宇宙模型中, 由远物质形成的白洞同时反射电磁波和虚电磁波, 这种类型的白洞更接近目前学术界假想中的白洞概念.

8 幸存者偏差与现存宇宙

幸存者偏差 (survivorship bias), 是一种逻辑谬误, 选择偏差的一种. 过度关注“幸存了某些经历”的人和事物, 忽略那些没有幸存的 (可能因为无法观察到), 造成错误的结论. ²³

在宇宙学中, 暗物质 (Dark Matter) 是指不与电磁力产生作用的物质, 也就是不会吸收、反射或发出光. 人们目前只能透过重力产生的效应得知, 而且已经发现宇宙中有大量暗物质的存在. 物质之所以被称为“暗”, 是因为它似乎不与电磁场相互作用, 这意味着它不吸收、反射或发射电磁辐射 (如光), 因此难以检测. ^{24 25}

根据目前天文学的测量结果, 得出宇宙的不同物质-能量组成比例: ^[10]

- 4.9% 正常物质
- 26.2% 暗物质
- 68.9% 暗能量

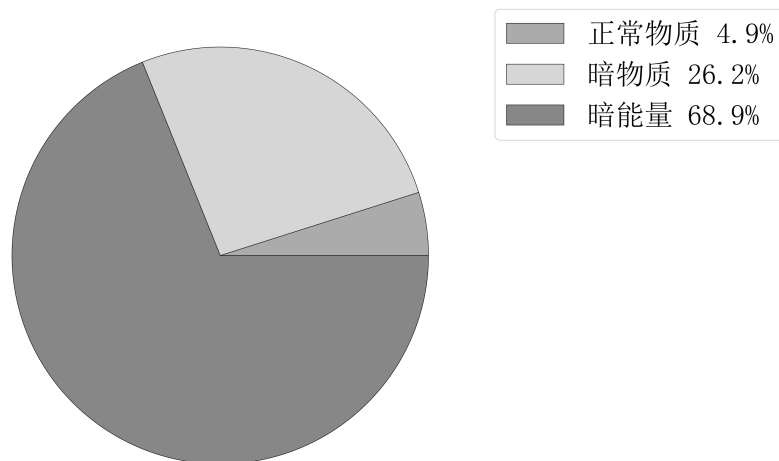


图 13 宇宙的不同物质-能量组成比例饼状图

Figure 13 Pie chart of different matter-energy composition ratios of the universe

暗物质的特性:

- 暗物质的主要证据来自它与引力的相互作用: 星系旋转曲线、引力透镜、子弹星系团的碰撞. 如果没有暗物质, 星系中可以用电磁波的探测的物质总质量不足以维持现有的星系旋转速度. 一旦暗物质消失, 星系按照目前的速度就会散架, 分崩离析.
- 暗物质不是黑暗的, 它是透明的. 它不发光, 不反射光, 这意味着我们看不到它.
- 暗物质没有电荷和磁场, 否则它会与电磁场相互作用, 这意味着它会与其他粒子相互作用. 由于几乎所有已知的粒子都带有电荷, 因此暗物质不可能是其中的任何一种.
- 暗物质不大可能是粒子物理学标准模型中 61 个基本粒子. 否则的话早就在实验室被物理学家探测到. [11]

暗物质的探测在当代粒子物理及天体物理领域是一个很热门的研究领域. 科学家使用多种实验方案试图检测到暗物质, 直接探测暗物质的技术方案包括:

- 低温晶体探测器
- 惰性气体闪烁体
- 晶体闪烁体
- 气泡室²⁶

目前还没有从直接探测实验中探测到暗物质的明确说法.

物理学中, 反物质 (Antimatter) 被定义为由“普通”物质中相应粒子的反粒子组成的物质. 一个粒子和它的反粒子具有相同的质量, 但具有相反的电荷, 以及其他量子数的差异. 正电子、负质子都是反粒子, 它们跟通常所说的电子、质子相比较, 电量相等但电性相反. 反中子的质量与中子相同, 也不带电荷, 磁矩也与中子相反. 任何粒子与其反粒子之间的碰撞都会导致它们相互湮灭, 从而产生不同比例的强光子 (伽马射线)、中微子, 有时还会产生质量较小的粒子-反粒子对. 在粒子加速器上产生极少数量的反粒子, 在宇宙射线碰撞和某些类型的放射性衰变等自然过程中也会产生. 科学家声称反物质是制造成本最高的材料. 2006 年, 美国宾夕法尼亚州立大学杰拉德·史密斯 (Gerald Smith) 博士估计 2.5 亿美元可以产生 10 毫克正电子 (相当于每克 250 亿美元); 1999 年, NASA 给出的数字是每克反氢 62.5 万亿美元. 这是因为生产很困难 (在粒子加速器的反应中只产生很少的反质子), 而且对粒子加速器的使用条件也有更高的要求.^{27 28 29}

以上归纳:

物质 目前宇宙中普通物质, 可以通过电磁波探测到.

反物质 反物质的基本粒子与对应物质的基本粒子质量相同, 电荷或者磁矩相反. 可以通过电磁波探测到, 但在可观测宇宙数量极少.

暗物质 不与电场磁场发生作用的另一物质, 存在质量. 可以通过重力与普通物质发生作用, 在可观测宇宙暗物质总量高于物质总量. 但几乎是隐形的透明的, 目前所有基于电磁场光电效应的探测均告失败.

下面开始作包含假设的解释.

问: 为什么反物质在可观测宇宙极少, 而物质比较普遍?

答: 因为宇宙诞生之初, 或不同的物质诞生之初, 物质的数量远远多于反物质的数量, 反物质诞生后基本上都与物质一起湮灭了. 在可观测宇宙中, 物质是幸存者.

问: 为什么暗物质是隐形的, 不与电磁场发生作用?

答: 质量是虚数的粒子组成暗物质. 暗物质诞生初期还有一种质量与暗物质相同但与电磁场发生作用的物质, 叫电磁暗物质. 电磁暗物质发出负光子. 负光子与光子一起湮灭成虚无. 物质数量远远大于电磁暗物质数量, 那么对应比例, 光子数量远远大于负光子数量. 这样天空在晚上才可以看到宇宙遥远处的星光, 因为这光子没有遇到负光子湮灭为虚无. 暗物质数量大于物质数量, 物质数量远远大于电磁暗物质数量, 所以暗物质数量远远大于电磁暗物质数量. 在可观测宇宙中, 暗物质是幸存者, 光子是幸存者.

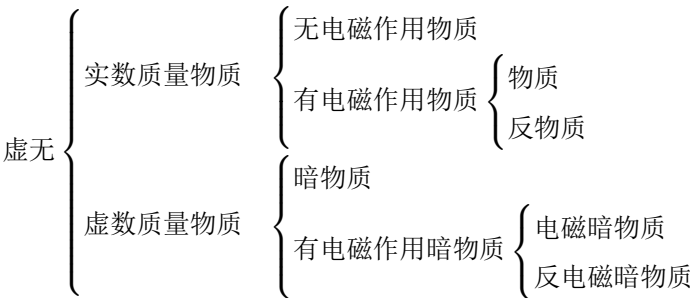
问: 在物质世界, 有没有不与电磁场作用的含有静质量的物质基本粒子?

答: 有, 但数量极少. 物质诞生之初, 实数质量的总量是恒定的. 与电磁场作用的物质基本粒子数量远远大于不与电磁场作用的物质基本粒子数量. 实数质量粒子中, 与电磁场相互作用粒子和不与电磁场相互作用粒子数量是不对称的. 对应的, 在暗物质世界这种分布也是不对称的. 在物质世界, 与电磁场相互作用基本粒子是幸存者, 无电磁作用物质粒子是极少数. 在暗物质世界, 不与电磁场相互作用的暗物质粒子是幸存者, 电磁暗物质粒子是极少数. 目前学术界对于暗物质可能候选者假说中有大质量弱相互作用粒子 (Weakly interacting massive particles, WIMP) 和轴子 (Axion) ²⁶, 对应于这种粒子.

问: 在暗物质世界, 有没有暗物质粒子的反暗物质粒子?

答: 反物质的基本粒子与物质的基本粒子相比, 质量相同, 电荷或者磁矩相反. 反的概念是基于电磁极性. 暗物质的基本粒子与物质基本粒子相比, 质量是虚数乘积关系. 如果定义物质质量是实数, 那么暗物质质量是虚数. 如果定义暗物质质量是实数, 那么物质质量是虚数. 物质的质量的平方是正实数, 暗物质质量的平方是负实数. 暗物质所在的虚数质量的所有物质可以称为虚物质. 虚的概念是基于质量的矢量方向. 所有的暗物质, 因为不与电磁场发生作用, 不存在电磁极性, 就没有对应的反暗物质. 但电磁暗物质可以与电磁场发生作用, 存在电磁极性, 所有电磁暗物质存在对应的反物质概念, 称为反电磁暗物质. 类似的, 电磁暗物质与反电磁暗物质的粒子之间的碰撞也会导致它们相互湮灭, 消失的大部分质量转化为负光子.

物质、暗物质、反物质分类图



9 暗物质星系模型

美国费米实验室的软件工程师拉尔夫·凯勒 (Ralf Kaehler) 给出一个星系的暗物质晕模拟图:

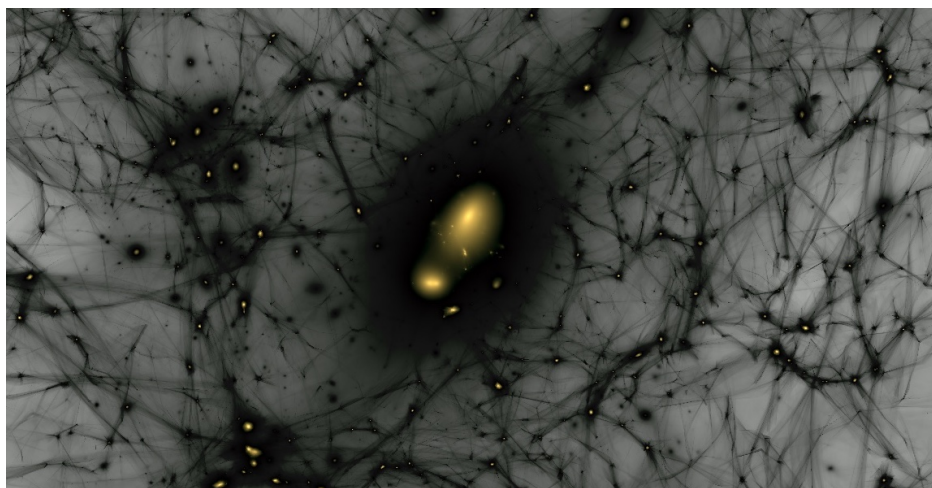


图 14 暗物质晕模拟图 来源: ³⁰

Figure 14 The simulation image of the dark matter halo Source: ³⁰

接下来, 基于前面给出的力学假设, 对星系的分布作动力学分析.

在几何学中, 凸均匀堆砌, 又称三维凸均匀蜂巢体 (Convex uniform honeycomb), 用不重叠的凸均匀多面体单元填充三维欧几里得空间. 用单一正多面体填满整个三维空间, 而且没有缝隙. 三维的正多面体只有五种, 正四面体、立方体、正八面体、正十二面体和正二十面体. 其中只有立方体可以单独铺满三维空间. 另外均匀多面体中, 截角八面体、三棱柱、六棱柱也可以单独铺满三维空间. ³¹

考虑凸均匀堆砌是为了简化宇宙分析模型, 将一个复杂的宇宙三维空间结构拆解为一个单元, 每一个单元都是相似的. 将一个连续化, 整体化的对象转变为离散化、量子化、可重复的对象. 研究宇宙拆解成研究宇宙的一个基本单元, 实现研究对象的转化. 同时基于宇宙基本单元的分析结论, 可以通过数字结合单元的属性, 进而推广到整个宇宙范围. 这属于离散数学与自然数的应用原理. 例如, 指数运算、对数运算、根式运算可以用转换成只包含加减乘除的运算, 加减乘除又可以转化为电子计算机中的二进制运算. 将复杂的问题使用递归降解的方法转化为相对容易的基础问题, 实现递归运算. 自然数在数学中的存在重要地位, 可以参见中国科学院数学研究所罗声雄教授的著作《数学的魅力——初等数学概念演绎》^[12].

λ 演算 (lambda calculus, λ -calculus) 是一套从数学逻辑中发展, 以变量绑定和替换的规则, 来研究函数如何抽象化定义、函数如何被应用以及递归的形式系统. 它由美国数学家阿隆佐·邱奇 (Alonzo Church) 在 20 世纪 30 年代首次发表. ³² 图灵机 (Turing machine), 是英国数学家艾伦·图灵 (Alan Mathison Turing) 于 1936 年提出的一种将人的计算行为抽象化的数学逻辑机, 其更抽象的意义为一种计算模型, 可以看作等价于任何有限逻辑数学过程的终极强大逻辑机器. ³³ 图灵机与 λ 演算计算模型能力是等价的. 同样作为计算模型, 图灵机把控制部分和数据部分独立出来, λ 演算的侧重点是输入数据的数据流向和迭代关系.

以斐波那契数计算为例, Racket 环境执行代码:

```
#lang racket
(define (fib n)
  (if (= n 0) 0
      (if (= n 1) 1
          (+ (fib (- n 1)) (fib (- n 2)))
      )
  )
)
(fib 5)
5
```

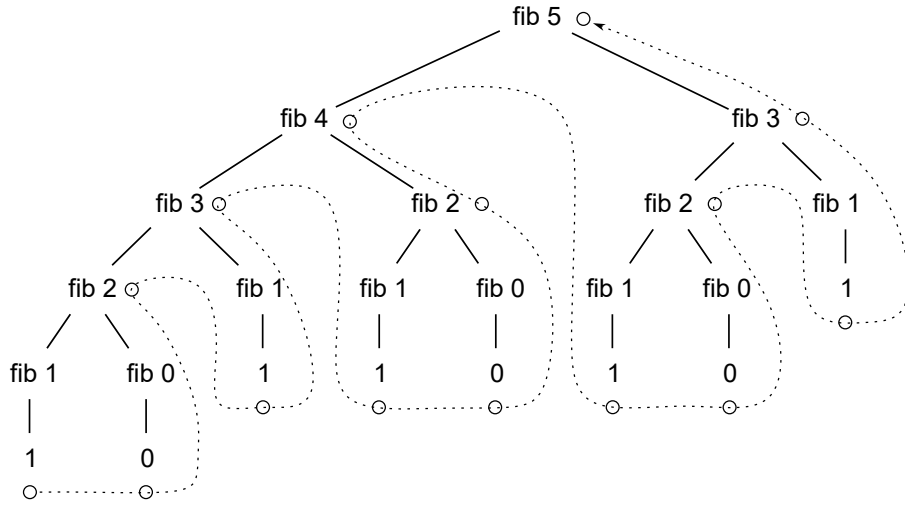


图 15 代码解析运行流程图

Figure 15 Code parsing and running flow chart

上图中的抽象语法树 (Abstract Syntax Tree, AST) 采用递归的方式组成, 正向拆解命题. 图中运算路径的节点的跳转, 组成一个单程路径, 逆向合成命题. 抽象语法树, 可以看成由多个 λ 演算节点组合构成; 单程路径, 可以看做图灵机运算部分的计算堆栈内存.

假设宇宙是由许多相同的正方体单元组成, 每个正方体是一个星系空间. 正方体中心是一个中心天体, 不考虑事件视界和相对论效应. 除了中心天体, 其他恒星、行星、星际物质等质量可以忽略不计. 中心天体周围有暗物质晕. 假设星际间没有暗物质流体. 沿着相邻的 8 个中心天体的中心重新切割得到下图:

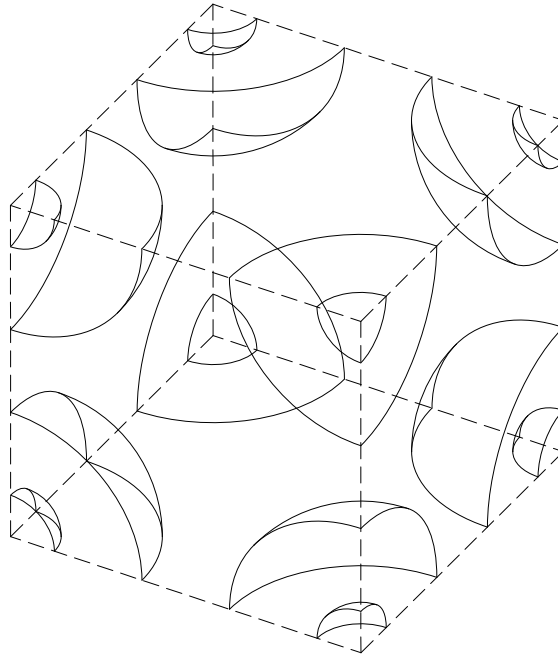


图 16 相邻宇宙单元示意图

Figure 16 Schematic diagram of adjacent cosmic units

约定相邻的星系之间的距离是 r_L , 对于每一个星系, 物质总质量为 M_m , 暗物质总质量为 M_d , 相邻的星系之间的重力用 F_c 表示. M_d 与 M_m 的比值为 k_d .

$$F_c = \frac{G(M_m k + M_d i)^2}{r_L^2} \quad (9 - 1)$$

$$M_d = k_d M_m \quad (9 - 2)$$

把 c 类复数乘法运算规则、9 - 2 式代入 9 - 1 式可得

$$F_c = \frac{GM_m^2}{r_L^2}(1 + 2k_d - k_d^2)k \quad (9 - 3)$$

考虑上式系数 $(1 + 2k_d - k_d^2)$, 令

$$(1 + 2k_d - k_d^2) = 0 \quad (9 - 4)$$

上面的方程有两个解, 代数解和数值解分别为

$$\{k_d \rightarrow 1 - \sqrt{2}\}, \{k_d \rightarrow 1 + \sqrt{2}\}, \{k_d \rightarrow -0.4142\}, \{k_d \rightarrow 2.414\}$$

第一个解是负数, k_d 按照约定是正数或者 0, 故舍去. 第二个解满足要求, 是数学中的白银分割率.

当 $k_d = 1 + \sqrt{2}$ 时, 相邻的星系之间的重力 F_c 等于 0. 对上面的 r_L 更改定义为任意两个星系之间的距离, 可得, 当 $k_d = 1 + \sqrt{2}$ 时, 两个星系之间的重力 F_c 等于 0. 绘制系数 $(1 + 2k_d - k_d^2)$ 的函数图像:

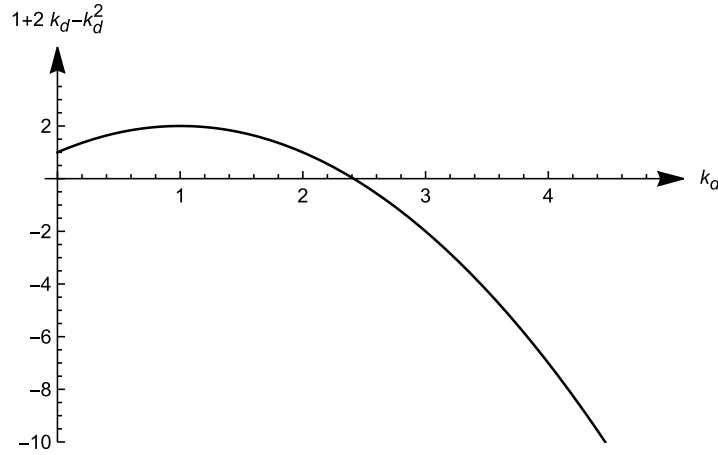


图 17 系数 $(1 + 2k_d - k_d^2)$ 的函数图像

Figure 17 Graph of the function of the coefficient $(1 + 2k_d - k_d^2)$

假设星系的速度都是 0, 可以得出:

当 $0 \leq k_d < 1 + \sqrt{2}$ 时, 宇宙尺寸是收缩的.

当 $k_d = 1 + \sqrt{2}$ 时, 宇宙尺寸保持不变.

当 $k_d > 1 + \sqrt{2}$ 时, 宇宙尺寸是膨胀的.

普朗克卫星的宇宙微波背景辐射观测表明, 在大尺度的观测下, 宇宙是均质与各向同性的. 暗物质与暗物质之间的斥力可以对宇宙均质与各向同性作出合理的解释.

目前的天文观测表明, 宇宙是膨胀的, 而且是加速膨胀.

在物理宇宙学里, 哈勃-勒梅特定律 (Hubble-Lemaître law) 指出遥远星系的退行速度与它们和地球的距离成正比. 这条定律原先称为哈勃定律 (Hubble's law), 以证实者美国天文学家埃德温·哈勃 (Edwin Hubble) 的名字命名; 2018 年 10 月经国际天文联合会表决通过更改为现名, 以纪念更早发现宇宙膨胀的比利时天文学家乔治·勒梅特 (Georges Lemaître).³⁴

以方程表示:

$$v = H_0 D \quad (9 - 5)$$

其中, v 是由红移现象测得的星系远离速率, H_0 是哈勃常数, D 是星系与观察者之间的距离.

多普勒效应 (Doppler effect) 是波源和观察者有相对运动时, 观察者接收到波的频率与波源发出的频率并不相同的现象. 远方疾驶过来的火车鸣笛声变得尖细 (即频率变高, 波长变短), 而离我们而去的火车鸣笛声变得低沉 (即频率变低, 波长变长), 就是多普勒效应的现象.³⁵

红移 (Redshift) 是指电磁辐射由于某种原因导致波长增加、频率降低的现象, 在可见光波段, 表现为光谱的谱线朝红端移动了一段距离. 相反的, 电磁辐射的波长变短、频率升高的现象则被称为蓝移.³⁶ 如果一个光源是

远离观测者而去, 那么会发生红移 ($z > 0$), 当然, 如果光源是朝向观测者移动, 便会产生蓝移 ($z < 0$). 这对所有的电磁波都适用, 而且可以用多普勒效应解释. 当然的结果是, 这种形式的红移被称为多普勒红移. 如果光源远离观测者的速度是 v , 忽略掉相对论的效应, 红移可以表示为:

$$z = \frac{v}{c} \quad (9-6)$$

更完整的多普勒红移需要考虑相对论的效应, 特别是在速度接近光速的情况下. 简单地说, 物体的运动接近光速时需要将狭义相对论介绍的时间膨胀因素洛伦兹变换因子 γ 引入经典的多普勒公式中, 改进后的相对论性多普勒效应公式为

$$z = (1 + \frac{v}{c})\gamma - 1 \quad (9-7)$$

当 $v \ll c$ 时, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1$, 9-7 式变成 9-6 式.

把 9-6 式代入 9-5 式

$$z = \frac{H_0 D}{c} \quad (9-8)$$

比较 9-5 式和 9-8 式, 相差一个 $1/c$ 系数. 可得: 当 $v \ll c$ 时, 宇宙学红移与距离关系图与宇宙学退行速度与距离关系图是相似的.

日本国立天文台下属的夏威夷天文台, 拥有 8.2 米口径昴星团望远镜 (Subaru Telescope). 昴星团望远镜的主镜是世界上最大的单片镜之一.³⁷ 相关的超新星宇宙学调查团队在 2019 年一次科研讨论会上展示了一个演示文稿³⁸, 演示文稿文件中有一张图展示宇宙学红移与距离的关系. 这张图是目前唯一能找到的宇宙学红移与距离关系图, 其他的都是距离模数或视星等与宇宙红移的关系图.

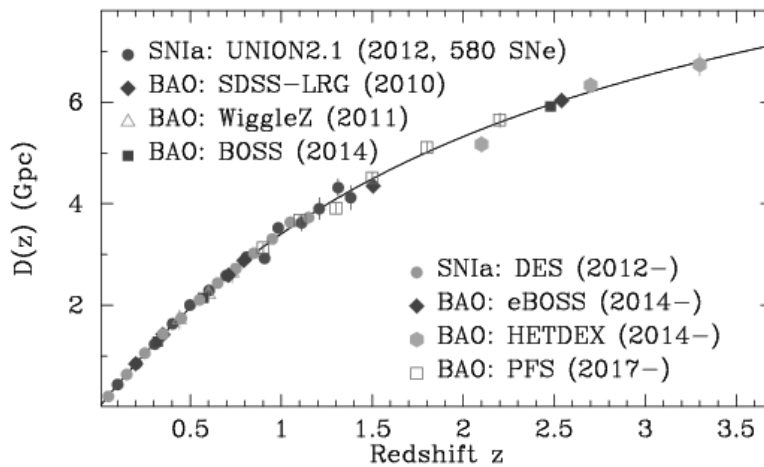


图 18 宇宙学红移与距离的关系图 来源:³⁸

Figure 18 Diagram of the relationship between cosmological redshift and distance Source: ³⁸

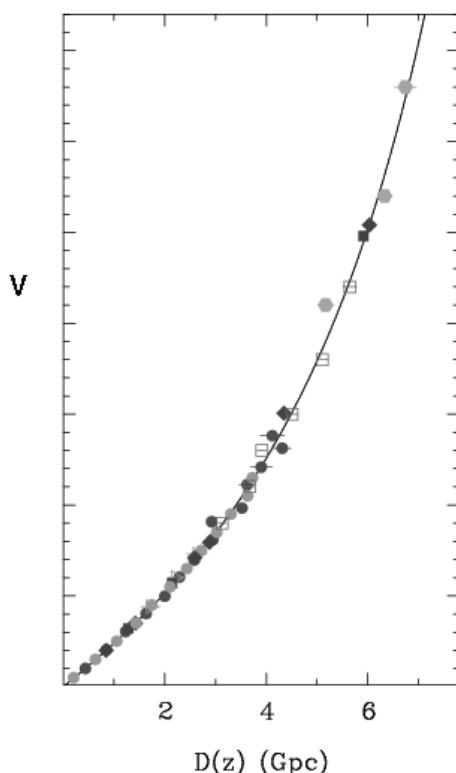


图 19 宇宙学退行速度与距离关系图

Figure 19 Diagram of the relationship between cosmological recessional velocity and distance

对宇宙学红移与距离的关系图作镜像翻转、旋转变换可得宇宙学退行速度与距离关系图。

曲线的斜率是宇宙学退行速度的导数，也就是类似于加速度。平常的我们使用的加速度是速度关于时间的导数，这里的是曲线的斜率是速度对于空间尺度的导数。在向量微积分中，有一个概念与之对应，就是速度的梯度。

当距离比较小的时候，曲线接近一条直线。直线的斜率就是哈勃常数 H_0 。

距离的增加意味着时间的前移。越早的宇宙，速度相对于空间的梯度越大（斜率越大）。越晚的宇宙，速度相对于空间的梯度越小（斜率越小）。在假设空间不会膨胀的条件下，空间的长度正比于时间的长度。越早的宇宙，退行的加速度（速度相对于时间的导数）越大。越晚的宇宙，退行的加速度越小。宇宙是加速膨胀的，而且加速膨胀有逐渐放缓的趋势。膨胀的速度一直在增加，膨胀的加速度一直在减小。如果膨胀的加速度一直在增加，上面的曲线应该是凸曲线，而不是凹曲线。

宇宙膨胀基本数学特征：

- 1、宇宙膨胀的速度是正数，速度随着时间而增大。
- 2、宇宙膨胀的加速度是正数，加速度随着时间而减小。

因为光速是恒定的，到达地球的光线存在延时，甚至超过数亿年。GN-z11 是一个在大熊座发现的高红移星系，为目前已证实的可观测宇宙中最古老、最遥远的星系之一。^{39 40}GN-z11 的光谱红移值为 $z = 11.09$ 。^[13]

把 $z = 11.09$ 代入 9 - 7 式，解得

$$v = 0.98641c$$

假设上图是一个斜率是 H_0 的直线，已知：

$$H_0 = 73.4 (\text{km/s}) / \text{Mpc} = 2.37873 \times 10^{-18} \text{s}^{-1}$$

$$c = 299792458 \text{m/s}$$

9 - 5 式变化可得

$$D = \frac{v}{H_0} \quad (9 - 9)$$

把上面的数据代入，求得 GN-z11 与我们的距离 $D = 131.404$ 亿光年。我们看到的光线来 131.404 亿年之前。

考虑实际曲线的斜率比 H_0 大, 精确的距离应该小于 131.404 亿光年. 精确的光线发出时间也晚于 131.404 亿年前. 此外, GN-z11 相对于我们的退行速度是 0.98641 倍光速.

由 1 - 1、1 - 2 式可得相对论能量

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2 \quad (9 - 10)$$

代入 $v/c = 0.98641$, 设 GN-z11 在速度为 v 的时候相对论能量是 E_v , 在速度为 0 的时候相对论能量是 E_0 .

$$E_v = 6.08636m_0c^2 \quad E_0 = m_0c^2$$

$$\text{增加的能量 } \Delta E = E_v - E_0 = 5.08636m_0c^2$$

代入 c 的数值, 可知, 这是非常巨大的能量.

易得: 当 v 接近 c 的时候, 远离我们的星系增加的能量 ΔE 趋于无穷大.

基于宇宙总能量是有限的假设, 在这里有理由怀疑, 上面求解星系增加能量 ΔE 的计算过程中一定在某个地方错了.

对于这么巨大的能量, 目前主流认可的假说是来自空间膨胀和暗能量. 宇宙诞生在一个大爆炸中, 最初的宇宙来自一个奇点.

目前根据普朗克卫星对于宇宙微波背景辐射观测结果, 结合宇宙大爆炸的假说, 得出宇宙的年龄是 137.87 ± 0.20 亿年. 这和 GN-z11 发出光线的时间比较接近, 难道这么容易就可以看到宇宙的边缘吗? 这里持怀疑态度.

詹姆斯·韦伯空间望远镜 (James Webb Space Telescope) 于 2021 年 12 月升空. 詹姆斯·韦伯空间望远镜由于各种原因, 导致项目严重超支, 发射时间数次推迟, 最新预估总耗费高达 100 亿美元. 它旨在提供比哈勃空间望远镜更高的红外分辨率和灵敏度, 观察物体的亮度比哈勃望远镜探测到的最微弱物体的亮度要低 100 倍. 这将使天文学和宇宙学领域的广泛研究成为可能, 例如对宇宙中一些最古老和最遥远的物体和事件 (包括第一颗恒星和形成的第一个星系) 进行高达 $z \approx 20$ 的红移观测, 以及潜在适合居住的太阳系外行星详细大气特征.⁴¹

联合 9 - 5、9 - 7 式可得

$$D = \frac{c(z^2 + 2z)}{H_0(z^2 + 2z + 2)} \quad (9 - 11)$$

上式表明距离 D 是一个与红移值 z 相关的函数, 在 z 大于 0 的区间, 该函数是一个递增函数.

当 z 趋于无穷大时, 距离 D 取得最大值

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{c(z^2 + 2z)}{H_0(z^2 + 2z + 2)} = \frac{c}{H_0} \quad (9 - 12)$$

代入 c 和 H_0 的数值

$$\frac{c}{H_0} = 133.214 \text{ 亿光年}$$

前面 H_0 的数值来自最新 Ia 型超新星的观测数据^[14], 普朗克卫星报告中的 H_0 的数值与前者有所不同, 等于 $67.66(\text{km/s})/\text{Mpc}$ ^[10].

代入 c 和普朗克卫星报告中 H_0 的数值

$$\frac{c}{H_0} = 144.516 \text{ 亿光年}$$

按照前面的方法, 粗略计算, 以最新 Ia 型超新星的观测数据给出的 H_0 的数值为准, 假如韦伯望远镜探测到 $z \approx 20$ 的星系, 在空间不会膨胀的假设下, 该星系距离我们大约 132.611 亿光年. 前面得到, 当光线的红移值趋于无穷大时, 对应的星系极限距离是 133.214 亿光年, 这个距离小于目前估计的宇宙年龄 137.87 亿年对应的距离 137.87 亿光年. 也就是说, 无论韦伯望远镜观测能力有多强, 都无法观测到超过宇宙年龄的星系.

以普朗克卫星报告中的 H_0 的数值为准, 假如韦伯望远镜探测到 $z \approx 20$ 的星系, 在空间不会膨胀的假设下, 该星系距离我们大约 143.862 亿光年. 这个星系的年龄大于目前估计宇宙年龄 137.87 亿年, 足以撼动宇宙大爆炸假说的可信度. 第一颗恒星和形成的第一个星系的概念将不复存在.

大爆炸 (Big Bang), 是描述宇宙的起源与演化的宇宙学模型, 这一模型得到了当今科学研究和观测最广泛且最精确的支持. 宇宙学家通常所指的大爆炸观点为: 宇宙是在过去有限的时间之前, 由一个密度极大且温度极高

的太初状态演变而来的. 大爆炸这一模型的框架基于爱因斯坦的广义相对论, 又在场方程的求解上作出了一定的简化 (例如宇宙学原理假设空间的均匀性和各向同性). 1922 年, 俄罗斯物理学家亚历山大·弗里德曼 (Alexander Friedmann) 用广义相对论描述了流体, 从而给出了这一模型的场方程. 比利时天体物理学乔治·勒梅特 (Georges Lemaître) 在 1927 年首次指出, 膨胀的宇宙可以追溯到一个起源的单点, 他称之为“原始原子”. 1929 年, 爱德温·哈勃 (Edwin Hubble) 透过观测发现, 从地球到达遥远星系的距离正比于这些星系的红移, 从而推导出宇宙膨胀的观点. 1927 年时乔治·勒梅特通过求解弗里德曼方程已经在理论上提出了同样的观点, 这个解后来被称作弗里德曼-勒梅特-罗伯逊-沃尔克度规 (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker). 哈勃的观测表明, 所有遥远的星系和星系团在视线速度上都在远离我们这一观察点, 并且距离越远退行视速度越大. 如果当前星系和星团间彼此的距离在不断增大, 则说明它们在过去曾经距离很近. 从这一观点物理学家进一步推测, 在过去宇宙曾经处于一个密度极高且温度极高的状态. 英国天文学家弗雷德·霍伊尔 (Fred Hoyle) 在 1949 年 3 月 BBC 电台广播的一次演讲中创造了“大爆炸”一词, 说:“这些理论是基于这样一个假设, 即宇宙中的所有物质都是在一个在遥远过去的某个特定时间的大爆炸中诞生.” 1964 年发现的宇宙微波背景辐射是支持大爆炸确实发生的重要证据, 特别是当测得其频谱从而绘制出它的黑体辐射曲线之后, 大多数科学家都开始相信大爆炸理论了. 大爆炸理论为广泛的观测现象提供了全面的解释, 包括轻元素的丰度、宇宙微波背景辐射、大尺度结构和哈勃定律.^{42 43}

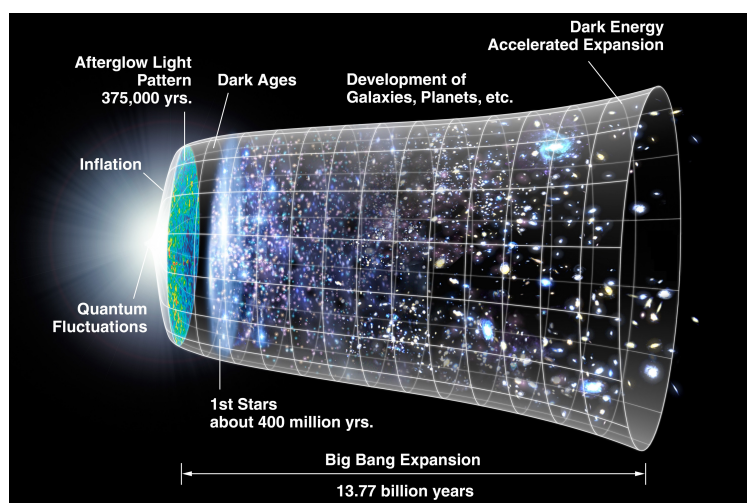


图 20 宇宙时间线 来源:⁴⁴

Figure 20 Timeline of the Universe Source:⁴⁴

超新星 (Supernova) 是某些恒星在演化接近末期时经历的一种剧烈爆炸. 这种爆炸都极其明亮, 过程中所突发的电磁辐射经常能够照亮其所在的整个星系, 并可能持续几周至几个月甚至几年才会逐渐衰减. 而在此期间, 一颗超新星所释放的辐射能量可以与太阳在其一生中辐射能量的总和相当. 天文学家根据超新星的光变曲线和光谱中出现的不同化学元素的吸收线对超新星进行分类. 其中 Ia 型超新星爆发被认为是当双星系统中的白矮星从其伴星吸积了足够多的物质, 使其质量接近钱德拉塞卡极限 (Chandrasekhar Limit) 时发生的. 此时白矮星变得不稳定, 温度和密度的增高使碳和氧转化为镍-56, 触发了热核爆炸. 因为 Ia 型超新星总是具有接近钱德拉塞卡极限的质量 (大约 1.4 个太阳质量), 它们输出的最大能量值是相同的. 天空中 Ia 型超新星的亮度, 会超过它的星系中其他恒星亮度的总和. 它大约比太阳亮 45 亿倍, 通过天文望远镜, 我们可以在非常遥远的星系中看到它们, 这就使 Ia 型超新星成为测量距离的理想工具, 我们也称之为“标准烛光”.^{45 46 47 [15] [16]}

高红移超新星搜索队 (High-z Supernova Search Team) 是一个国际宇宙学合作项目, 用 Ia 型超新星来描述宇宙膨胀. 该小组于 1994 年由澳大利亚天文学家布莱恩·施密特 (Brian Schmidt) 以及美国天文学尼古拉斯·桑契夫 (Nicholas Suntzeff) 共同创建. 小组囊括了美国、欧洲、澳大利亚和智利的大约 20 位天文学家. 超新星宇宙学计划 (Supernova Cosmology Project) 是利用来自 Ia 型超新星红移的数据确定加速宇宙的可能性并因此确定正宇宙学常数的两个研究团队之一. 该项目由伯克利实验室的索尔·珀尔马特 (Saul Perlmutter) 领导, 成员来自澳大利亚、智利、法国、葡萄牙、西班牙、瑞典、英国和美国. 在 1998 年, 两个团队提供了证据, 证明宇宙的膨胀根本没有放缓, 实际上正在加速.^{48 49}

宇宙加速膨胀 (Accelerating expansion of the universe) 是宇宙的膨胀速度越来越快的现象. 在过去数年中, 从各方面独立观测得到的结果, 证实了宇宙加速膨胀的正确性, 这包括宇宙微波背景辐射、可观测宇宙的大尺度

结构、对于超新星更精确的观测量、星系团的 X 射线性质。⁵⁰

暗能量 (Dark energy) 是某种作用于时空结构本身的能量, 并且是种均匀的负压力, 会导致时空结构膨胀. 它存在的第一个观测证据来自对超新星的测量, 这表明宇宙不会以恒定的速度膨胀; 相反, 宇宙的膨胀正在加速. 美国理论物理学家阿兰·古斯 (Alan Guth)、俄罗斯理论物理学家安德烈·林德 (Andrei Linde)、俄罗斯天体物理学家阿列克谢·斯塔罗宾斯基 (Alexei Starobinsky) 在 1979-1981 年提出, 在概念上类似于暗能量的负压场可以在早期宇宙中推动宇宙膨胀. 膨胀假设某种排斥力, 在性质上类似于暗能量, 导致宇宙在大爆炸之后稍稍发生了巨大的指数膨胀. 这种膨胀是当前大多数大爆炸模型的基本特征. 美国理论宇宙学家麦可·特纳 (Michael Turner) 在 1998 年提出了暗能量 (Dark energy) 这一术语. 暗能量假说是当今对宇宙加速膨胀的观测结果的解释中最为流行的一种. 在宇宙标准模型中, 暗能量占据宇宙 68.9% 的质能.⁵¹

宇宙微波背景辐射 (Cosmic Microwave Background, CMB, CMBR) 是来自宇宙空间背景上的各向同性的微波辐射, 也称为微波背景辐射. 1965 年, 美国射电天文学家阿诺·彭齐亚斯 (Arno Penzias) 和美国射电天文罗伯特·威尔逊 (Robert Wilson) 在贝尔实验室 (Bell Telephone Laboratories) 一起研究用于射电天文观测超灵敏低温微波接收器. 在对霍姆德尔喇叭天线 (Holmdel Horn Antenna) 进行测试和实验时, 他们遇到了他们无法解释的无线电噪声. 它的能量远远低于银河系发出的辐射, 而且是各向同性的, 所以他们认为他们的仪器受到了地面来源的干扰. 在排除了包括天线上的鸽子粪便在内的所有潜在噪声源后, 噪声仍然存在. 阿诺·彭齐亚斯联系了美国物理学家罗伯特·迪克 (Robert Dicke), 他建议将其解释为宇宙微波背景辐射 (CMB), 即大爆炸的黑体辐射残留. 于是他们在《天体物理学报》上以《在 4080 兆赫上额外天线温度的测量》为题发表论文正式宣布了这个发现. CMB 的测量使膨胀的大爆炸理论成为标准宇宙学模型. 1960 年代中期 CMB 的发现减少了学术界对稳态理论等替代方案的兴趣. 后来人们在不同波段上对微波背景辐射做了大量的测量和详细的研究, 发现它在一个相当宽的波段范围内良好地符合黑体辐射谱, 对应温度大约为 2.7K (近似为 3K). 宇宙微波背景辐射和宇宙学红移-距离的关系一同被视为大爆炸理论最好的证据. 利用传统的光学望远镜, 恒星和星系之间的空间 (背景) 是一片漆黑. 然而, 利用灵敏的辐射望远镜可发现微弱的背景辉光, 且在各个方向上几乎一模一样, 与任何恒星, 星系或其他对象都毫无关系. 这种光的电磁波谱在微波区域最强.⁵²

GN-z11 相对于我们的径向退行速度接近光速吗?

宇宙的膨胀来自暗能量吗?

空间会膨胀吗?

宇宙存在大爆炸, 有一个初始奇点吗?

宇宙微波背景辐射是大爆炸余温在空间膨胀下的残留吗?

现在假设这些假说是错误的.

10 暗物质晕流体分析

物质有四个基本状态, 固体、液体、气体、等离子体.⁵³

液体有确定的形状, 但有一定体积, 具有移动与转动等运动性. 液体是由经分子间作用力结合在一起的微小振动粒子 (例如原子和分子) 组成. 水是地球上最常见的液体. 和气体一样, 液体可以流动, 可以容纳于各种形状的容器. 有些液体不易被压缩, 而有些则可以被压缩. 和气体不同的是, 液体不能扩散布满整个容器, 而是有相对固定的密度. 液体的一个与众不同的属性是表面张力, 它可以导致浸润现象. 液体的密度通常接近于固体, 而远大于气体. 因此, 液体和固体都被归为凝聚态物质. 另一方面, 液体和气体都可以流动, 都可被称为流体.⁵⁴

气体可以由单个原子 (如稀有气体)、一种元素组成的单质分子 (如氧气)、多种元素组成化合物分子 (如二氧化碳) 等组成. 气体混合物可以包括多种气体物质, 比如空气. 气体与液体和固体的显著区别就是气体粒子之间间隔很大. 这种间隔使得人眼很难察觉到无色气体. 气体与液体一样是流体: 它可以流动, 可变形、压缩. 假如没有限制 (容器或力场) 的话, 气体可以扩散, 其体积不受限制, 没有固定. 气态物质的原子或分子相互之间可以自由运动.⁵⁵

根据以上定义, 同时考虑暗物质之间存在斥力的属性, 认为暗物质晕属于气体.

先不考虑暗物质与暗物质之间的远程斥力, 只考虑暗物质与暗物质之间的近程斥力.

流体 (气体、液体) 流动时, 如果流体中任意一点的速度、压强、密度、温度等等物理量都不随时间变化, 则这种流动就称为定常流动.

假设中心天体周围的暗物质晕是环绕一个轴转动的定常流动, 假设暗物质流体是无黏性流体.

伯努利原理 (Bernoulli's principle), 又称伯努利定律 (Bernoulli's Law), 是流体力学中的一个定律, 由瑞士数学家丹尼尔·伯努利 (Daniel Bernoulli) 于 1738 年在他的《流体力学》(Hydrodynamica) 一书中发表了该原理. 伯努利原理指出, 无黏性的流体的速度增加时, 流体的压力能和势能总和将减少.⁵⁶ 伯努利方程的数学表达形式:

$$\frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{\rho g} = C_a \quad (10 - 1)$$

其中:

v 流体速度

g 重力加速度 (地球表面的值约为 $9.8m/s^2$)

h 流体处于的深度 (从某参考点计)

p 流体所受的压力强度

ρ 流体质量密度

C_a 常数

对上式作恒定变换可得

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = C_b \quad (10 - 2)$$

其中 $C_b = C_a g$ 是常数

理想气体定律 (Ideal gas law), 是一种假设的理想气体的状态方程. 它很好地近似了许多气体在许多条件下的行为, 尽管它有几个局限性. 1834 年, 法国物理学家埃米尔·克拉佩龙 (Benoît Paul Émile Clapeyron) 首次将其表述为经验玻意耳-马略特定律 (Boyle-Mariotte law)、查理定律 (Charles's law)、阿伏伽德罗定律 (Avogadro's law) 和盖-吕萨克定律 (Gay-Lussac's law) 的组合.⁵⁷ 理想气体定律通常以经验形式写成:

$$pV = nR_n T \quad (10 - 3)$$

其中, p 理想气体的压强, V 理想气体的体积, n 气体物质的量 (通常是摩尔), R_n 理想气体常数, T 理想气体的热力学温度.

理想气体常数 R_n 存在以下恒定关系⁵⁸:

$$R_n = k_B N_A \quad (10 - 4)$$

上式中, k_B 玻尔兹曼常数, N_A 阿伏伽德罗常数.

根据气体密度的定义

$$M = \rho V \quad (10 - 5)$$

上式中, M 气体的质量, V 气体的体积, ρ 气体的密度.

根据摩尔质量的定义⁵⁹

$$M = nM_{\text{mol}} \quad (10 - 6)$$

上式中, M 气体的质量, n 气体物质的量, M_{mol} 气体的摩尔质量.

由 10 - 3、10 - 4、10 - 5、10 - 6 式可得

$$p = \frac{k_B N_A T}{M_{\text{mol}}} \rho \quad (10 - 7)$$

假设目前研究的暗物质气体是等温的, 令

$$\frac{1}{C_\rho} = \frac{k_B N_A T}{M_{\text{mol}}} \quad (10 - 8)$$

易得 C_ρ 对于暗物质气体来说是一个常数. 代入 10 - 7 式

$$p = \frac{1}{C_\rho} \rho \quad (10 - 9)$$

由上面等式可得, 暗物质气体的压强与密度成正比. 当 $p = 0$ 时, $\rho = 0$. 这里补充定义, 上面的等式是一个近似公式, 在压强接近 0 的时候不准确.

定义当 $p = 0$ 时, $\rho \approx 0$ 且 $\rho \neq 0$.

假设宇宙单元暗物质总质量 M_d 与中心天体质量 M_m 的比值 $k_d \approx 0$, 暗物质与暗物质之间的远程斥力可以忽略不计. 假设中心天体是球体. 下面对这种情况进行分析.

(1) 宇宙单元暗物质比例接近 0, 暗物质晕存在角动量

下图中展示一个暗物质微粒 B 与中心天体 A (由物质组成), B 绕竖轴围着 A 旋转.

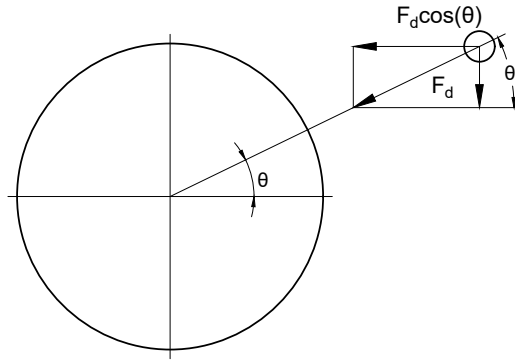


图 21 暗物质微粒绕中心天体旋转的受力分析

Figure 21 Force analysis of dark matter particles rotating around the central celestial body

约定: m_m A 的质量, m_d B 的质量, F_{md} B 受到的来自 A 的重力, r A B 的中心距离, θ A B 的中心连线与水平线的夹角, v B 匀速圆周运动的线速度, g B 的重力加速度.

由重力提供重力加速度

$$F_{md} = \frac{GM_m m_d}{r^2} = m_d g \quad (10 - 10)$$

对于匀速圆周运动, 向心加速度大小为

$$a_R = \frac{v^2}{r} \quad (10 - 11)$$

由牛顿第二力学定律和几何关系可得

$$m_d a_R = F_{md} \cos[\theta] \quad (10 - 12)$$

流体处于的深度选取 A 的球面为零点, A 的球体半径为 R , h 变为

$$h = r - R \quad (10 - 13)$$

联合 10 - 2、10 - 10、10 - 11、10 - 12、10 - 13 式得到一个关于 r 的一元二次方程, 舍去一个无效的解可得

$$r = \frac{2G\rho M_m + G\rho \cos[\theta] M_m}{4(\rho C_b - p)} + \frac{\sqrt{8GR\rho(2p - 2\rho C_b)M_m + (2G\rho M_m + G\rho \cos[\theta] M_m)^2}}{4(\rho C_b - p)} \quad (10 - 14)$$

下面关注暗物质晕中压强等于 0 的等压面. 压强等于 0 的等压面相当于暗物质的外形轮廓.

约定 B 流体压强 $p = 0$ 时, 对应的半径是 r_{p0} . $p = 0$ 时, $\rho \neq 0$. 代入 10 - 14 式, 化简可得

$$r_{p0} = \frac{G(2 + \cos[\theta])M_m + \sqrt{GM_m(-16RC_b + G(2 + \cos[\theta])^2 M_m)}}{4C_b} \quad (10 - 15)$$

绘制 r_{p0} 的平面图和立体图

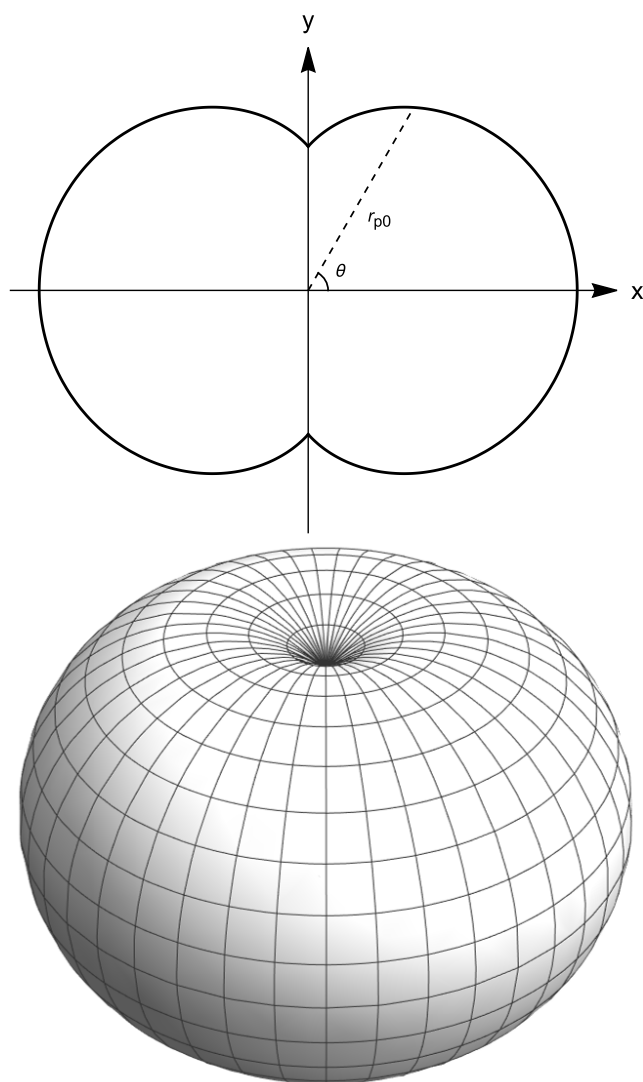


图 22 暗物质比例较小、暗物质晕存在角动量时，暗物质晕的外形剖面图和立体图

Figure 22 When the proportion of dark matter is small and the dark matter halo has angular momentum, the cross-sectional view and the three-dimensional view of the dark matter halo

特别的, 当把中心天体视为一个点, 球体半径 $R \approx 0$ 时, 10 - 15 式变为

$$r_{p0} = \frac{G(2 + \cos[\theta])M_m}{2C_b} \quad (10 - 16)$$

绘制 r_{p0} 的平面图

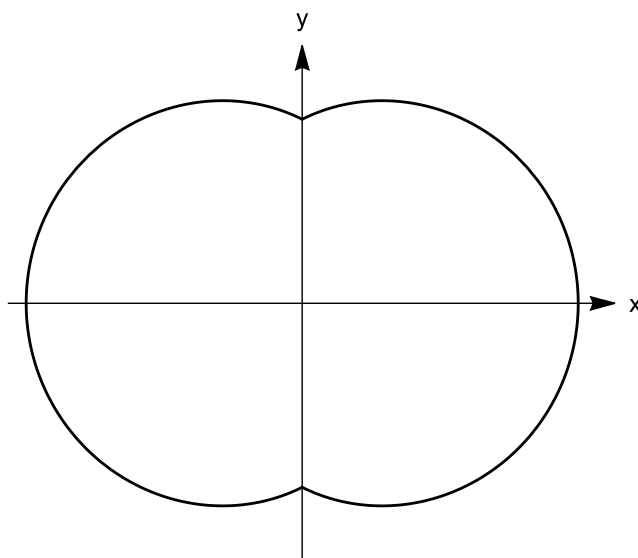


图 23 暗物质比例较小、暗物质晕存在角动量、中心天体体积忽略不计时, 暗物质晕的外形剖面图

Figure 23 When the proportion of dark matter is small, the dark matter halo has angular momentum and the volume of the central celestial body is negligible, the cross-sectional view and the three-dimensional view of the dark matter halo

假设宇宙单元暗物质与中心天体质量相比可以忽略, 并且暗物质晕存在环绕流动情况下, 暗物质晕的边界是一个类似苹果的形状.

(2) 宇宙单元暗物质比例较大, 暗物质晕存在角动量

计算流体力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 是 21 世纪流体力学领域的重要技术之一, 使用数值方法在计算机中对流体力学的控制方程进行求解, 从而可预测流场的流动.⁶⁰

如要计算暗物质晕的边界, 需要先对暗物质流体网格化处理, 离散化方法包括有限体积法 (Finite Volume Method)、有限单元法 (Finite Element Method)、有限差分法 (Finite Difference Method, FDM) 等, 再求解网格化的流体力学偏微分方程. CFD 分析软件 Ansys Fluid 和 Simcenter FLOEFD 对于重力场设置中只有恒定加速度场, 没有设置变加速度场的选项.

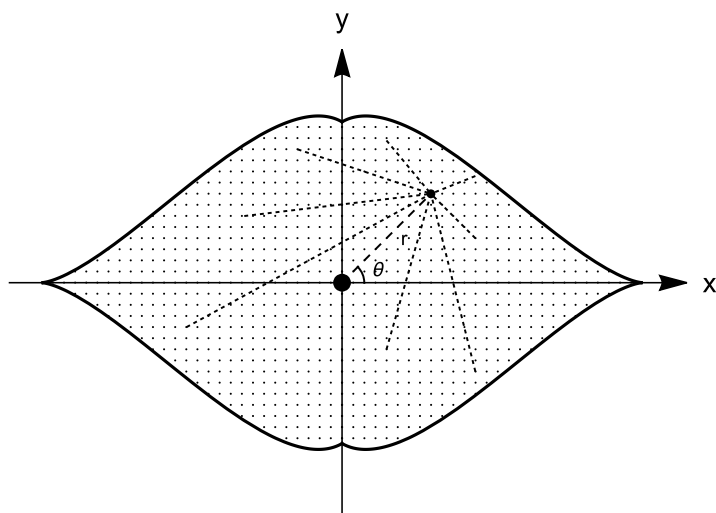


图 24 存在角动量的暗物质晕计算流体力学网格化分析

Figure 24 CFD meshing analysis of dark matter halo with angular momentum

这里只做简单的分析, 假设环流暗物质晕中, 一开始暗物质晕没有远程斥力, 斥力只存在于彼此靠近的暗物质微粒之间, 斥力的远程效应为 0. 那么一开始暗物质晕的形状是 (1) 分析的形状, 比例从 0 开始逐渐增加斥力的远程效应, 那么外围的暗物质流因为合力变小, 不足以维持原有的匀速圆周运动, 有向外运动的趋势, 那么原来的苹果形状沿着旋转的平面拉长变扁.

假设稳定后的形状和原来的苹果形状相似, 竖直方向上存在一个比例系数 k_{shape} , 随着半径增大而逐渐变为 0, 假设这个比例系数是最简单的直线, R_d 是暗物质的最大半径.

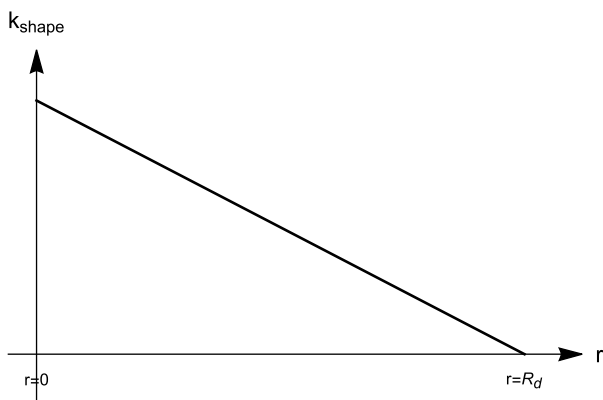


图 25 R_d 函数图像

Figure 25 Graph of the R_d function

图 22 中苹果形状暗物质晕外形, 垂直的高度乘以比例系数 k_{shape} , 图形变换可得下图.

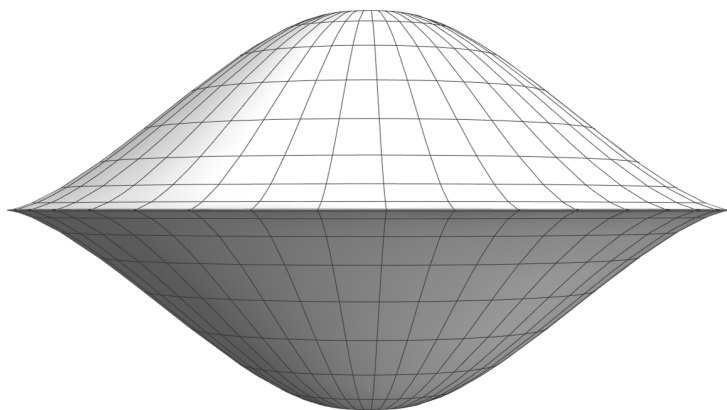


图 26 使用 k_{shape} 对暗物质晕苹果形状变换得到的飞碟形状

Figure 26 Using k_{shape} to transform the dark matter halo apple shape into a flying saucer shape

按照目前的猜测, 存在角动量的星系暗物质晕是一个类似飞碟的形状.

(3) 宇宙单元暗物质比例接近 0, 暗物质晕没有角动量

因为重力的关于中心的几何对称, 这个时候暗物质晕的形状是一个球体.

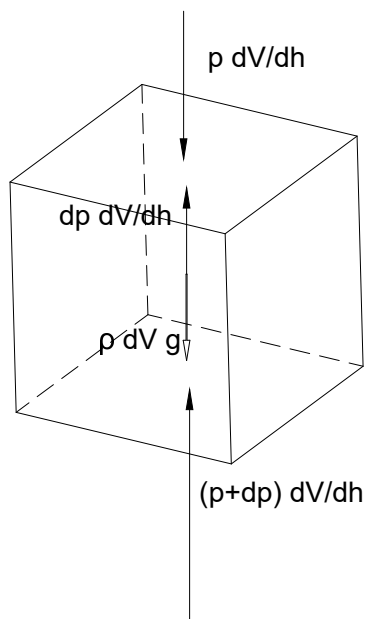


图 27 重力场中的静止流体微团力学分析

Figure 27 Mechanical analysis of a static fluid microcluster in gravity field

为了避免微分的括号与其他括号混淆, 这里使用 $d[x]$ 表示自变量 x 的增量. 重力场中的静止流体微团的力学平衡关系可得

$$d[p] \frac{d[V]}{d[h]} = -\rho d[V]g \quad (10 - 17)$$

对上式作恒定变换

$$d[p] = -\rho g d[h] \quad (10 - 18)$$

联合 10 - 9、10 - 10、10 - 13、10 - 18 式可得

$$\frac{d[p]}{p} = -\frac{GM_m C_\rho}{(h + R)^2} d[h] \quad (10 - 19)$$

对上式进行积分, 并使用边界条件 $\{p \rightarrow p_0, h \rightarrow 0\}$, 可得

$$p = p_0 e^{-\frac{GhC_\rho M_m}{hR + R^2}} \quad (10 - 20)$$

当 $h \rightarrow \infty$ 时, 上式右边存在极限

$$\lim_{h \rightarrow \infty} p_0 e^{-\frac{GhC_\rho M_m}{hR + R^2}} = p_0 e^{-\frac{GC_\rho M_m}{R}} \quad (10 - 21)$$

绘制 10 - 20 式的函数图像

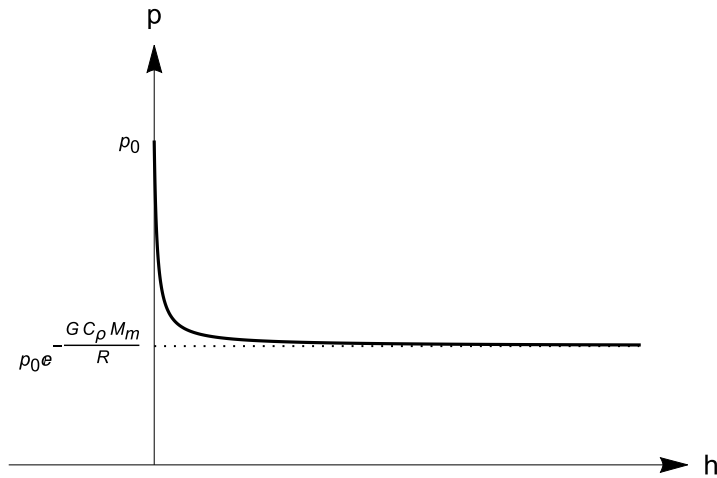


图 28 10 - 20 式的函数图像

Figure 28 Graph of the function of equation 10 - 20

可以看到, 随着半径的增大, 暗物质气体压强的函数图像接近一条水平线. 根据 10 - 9 式, 暗物质气体的压强与密度成正比, 上面的函数图像同样适用于暗物质气体的密度.

假设暗物质晕没有角动量, 忽略接近中心天体球面的部分, 暗物质晕沿着径向密度和压强几乎不变. 这个结论意味着, 暗物质晕近似一个均质的球体, 可以应用壳层定理对整体受力简化处理.

在经典力学中, 壳层定理 (Shell Theorem) 给出了可应用于球对称体内部或外部的物体的引力简化. 这个定理特别适用于天文学. 艾萨克·牛顿 (Isaac Newton) 证明了壳层定理并指出:

- 球对称物体对于球体外的重力贡献如同将球体质量集中于球心.
- 在对称球体内部的物体不受其外部球壳的重力影响.⁶¹

约定均质球体的质量为 M , 半径为 R , 空间中有一个质量为 m 的微粒与均质球体中心的距离是 r , 微粒受到球体的重力合力为 F_{total} .

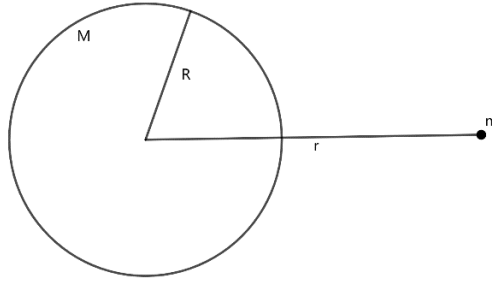


图 29 均质球体外一点

Figure 29 A point outside a homogeneous sphere

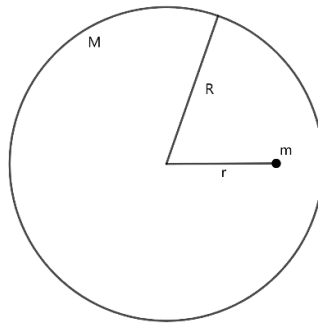


图 30 均质球体内一点

Figure 30 A point inside a homogeneous sphere

球体之外的重力

$$F_{\text{total}} = \frac{GMm}{r^2} \quad (10 - 22)$$

球体之内的重力

$$F_{\text{total}} = \frac{GMm}{R^3} r \quad (10 - 23)$$

注意, 上面的式子原来是用于二者之间的引力, 对于斥力同样适用, 只需要变换方向或正负号.

(4) 宇宙单元暗物质比例较大, 暗物质晕没有角动量

这个时候需要考虑暗物质与暗物质之间的重力, 这个斥力的远程效应已经比较明显, 不可忽略. 约定中心天体的半径 R , 暗物质晕半径 R_d , 中心天体质量为 M_m , 暗物质晕总质量为 M_d , M_d 与 M_m 的比值为 k_d . 暗物质晕中任意一点 B, B 与中心天体距离 r , B 的质量 m_d , B 受到中心天体的重力 F_{md} , 受到 B 暗物质晕的重力 F_{dd} , 二者的合力 F_d , B 与球面的距离 h , B 的密度 ρ , B 的重力加速度 g , B 点暗物质晕的压强是 p . 为了简化分析, 假设中心天体内存在暗物质, 并且密度与暗物质晕中的暗物质密度相同.

假设宇宙单元之间没有充满暗物质, 除了暗物质晕的地方, 是绝对真空, 没有物质也没有暗物质. 易得 $k_d \leq 1 + \sqrt{2}$, 因为当 $k_d > 1 + \sqrt{2}$ 时, 外面一部分暗物质晕受到的合力远离中心, 在合力作用下远离星系单元. 原来的暗物质晕边界将重新变化, 直至 $k_d \leq 1 + \sqrt{2}$.

先假设暗物质晕是球体, 沿着径向是均匀分布, 压强和密度不变. 暗物质与暗物质之间的重力, 可以应用壳层定理简化处理.

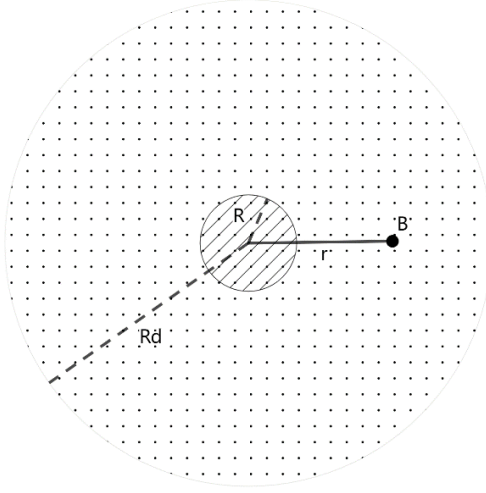


图 31 暗物质晕与中心天体相对静止, 呈球形分布在中心天体四周

Figure 31 The dark matter halo is relatively stationary with the central celestial body, and is spherically distributed around the central celestial body

前面的结论有

$$M_d = k_d M_m \quad (9 - 2)$$

$$p = \frac{1}{C_\rho} \rho \quad (10 - 9)$$

$$h = r - R \quad (10 - 13)$$

$$d[p] = -\rho g d[h] \quad (10 - 18)$$

应用壳层定理可得

$$F_{md} = \frac{GM_m m_d}{r^2} \quad (10 - 24)$$

$$F_{dd} = -\frac{GM_d m_d}{R_d^3} r \quad (10 - 25)$$

对 B 点受力分析可得

$$F_d = m_d g \quad (10 - 26)$$

$$F_d = F_{md} + F_{dd} \quad (10 - 27)$$

联合 9 - 2、10 - 9、10 - 13、10 - 18、10 - 24、10 - 25、10 - 26、10 - 27 式可得

$$\frac{d[p]}{p} = \frac{GC_\rho M_m ((h + R)^3 k_d - R_d^3)}{(h + R)^2 R_d^3} d[h] \quad (10 - 28)$$

对上式进行积分, 并使用边界条件 $\{p \rightarrow p_0, h \rightarrow 0\}$, 可得

$$p = p_0 e^{\frac{1}{2} G h C_\rho M_m \left(\frac{k_d (h + 2R)}{R_d^3} - \frac{2}{R(h + R)} \right)} \quad (10 - 29)$$

令

$$k_p = \frac{G k_d M_m}{R_d^3} \quad (10 - 30)$$

绘制暗物质晕的压强的函数图像:

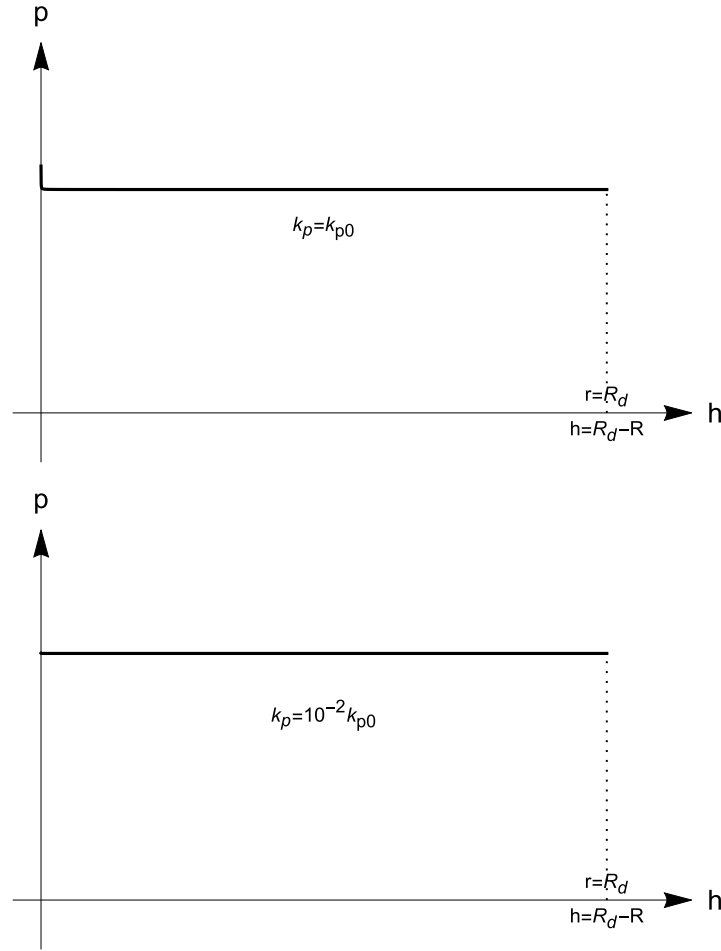


图 32 10 - 29 式的函数图像

Figure 32 Graphs of the function of equation 10 - 29

上图中, 随着系数 k_p 的变化, 函数图像形状发生变化. 随着 k_p 数值的变小, 图中 $h \approx 0$ 的曲线部分高度逐渐变低. 特别的, 当 k_p 数值足够小时, 函数图像接近一个水平的直线, 这意味着暗物质晕沿着半径方向压强和密度几乎不变, 满足开始的暗物质晕均匀假设.

11 星系模型的验证

11.1 暗物质与暗物质之间存在引力的假设引发的末日悖论

假设宇宙单元中在时刻 $t = 0$ 之前, 没有暗物质. 只有一个中心天体 A, 初始质量 M_0 . 从 $t = 0$ 开始, 星际之间有流速为 v_0 的暗物质流体, 密度是 ρ_d . 假设暗物质流体的运动方向不变. 暗物质流体与中心天体存在引力, 假设暗物质与暗物质之间存在引力. 中心天体质量较大, 可以俘获外来的暗物质流体. 假设暗物质流体微粒俘获后绕 A 作匀速圆周运动. 俘获区的半径是 r_0 , 任意一点与中心天体的距离是 r , 俘获区的面积是 S_0 . 俘获区外部是逃逸区, 整个星系的重力不足以让这些暗物质流体微粒绕中心天体 A 转动. 俘获区对应暗物质流体的质量流量用 q_v 表示. 在任意时刻, 俘获区暗物质的总质量是 $M_g[t]$, 是一个与时间相关的量. 任意时刻整个星系的总质量是 M , M 与 M_0 的比值是 K_M , K_M 可以看作任意时刻整个星系的相对总质量.

$$M/M_0 = K_M \quad (11.1 - 1)$$

为了简化分析, 这里假设俘获区是在一个平面上, 这个平面垂直于暗物质流体速度方向并且通过中心天体中心, 暗物质流体到这个截面之前速度没有变化, 到达俘获区截面瞬间开始受到 A 的重力, 轨道开始变化. 初期不同半径暗物质流体速度相同, 后期暗物质流体的一部分可以逃逸, 一部分保留在俘获区.(目前这样的假设只是为了简化分析, 在后面章节的分析会发现这种假设的等效作用存在合理性.)

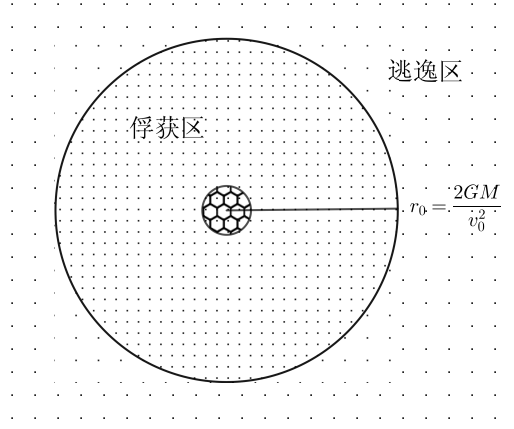


图 33 暗物质流体俘获区与逃逸区剖面图

Figure 33 Cross-sectional view of the dark matter fluid capture zone and the escape zone

在俘获区的边界, 一个暗物质流体中的质量是 m_d 粒子 B 恰好可以逃逸, 这意味着粒子运动到无穷远处的速度恰好等于 0.

$$v_{\infty} = 0 \quad (11.1 - 2)$$

在这个过程中, 星系整体引力对 B 做的功

$$W_{\max} = \lim_{r_{\max} \rightarrow \infty} \left(\int_{r_0}^{r_{\max}} -\frac{GMm_d}{r^2} d[r] \right) = -\frac{GMm_d}{r_0} \quad (11.1 - 3)$$

B 动能的变化

$$\Delta E_v = \frac{1}{2}m_d v_{\infty}^2 - \frac{1}{2}m_d v_0^2 = -\frac{1}{2}m_d v_0^2 \quad (11.1 - 4)$$

根据能量守恒定律, 做功与动能变化存在关系

$$W_{\max} = \Delta E_v \quad (11.1 - 5)$$

根据 11.1 - 3、11.1 - 4、11.1 - 5 式可得俘获区半径

$$r_0 = \frac{2GM}{v_0^2} \quad (11.1 - 6)$$

根据几何关系, 俘获区面积与半径关系

$$S_0 = \pi r_0^2 \quad (11.1 - 7)$$

根据整个星系的总质量的定义

$$M = M_0 + M_g[t] \quad (11.1 - 8)$$

俘获区中, 质量流量与暗物质的总质量存在以下关系

$$q_v = \frac{d[M_g[t]]}{d[t]} \quad (11.1 - 9)$$

根据质量流量定义, 可得

$$q_v = v_0 S_0 \rho_d \quad (11.1 - 10)$$

联合 11.1 - 6、11.1 - 7、11.1 - 8、11.1 - 9、11.1 - 10 式可得

$$M'_g[t] = \frac{4G^2\pi\rho_d(M_0 + M_g[t])^2}{v_0^3} \quad (11.1 - 11)$$

令

$$c_a = \frac{4G^2\pi\rho_d}{v_0^3} \quad (11.1 - 12)$$

代入 11.1 - 11 式可得

$$M'_g[t] = c_a(M_0 + M_g[t])^2 \quad (11.1 - 13)$$

求解上面的常微分方程, 并使用边界条件 $\{M_g[t] \rightarrow 0, t \rightarrow 0\}$, 可得

$$M_g[t] = \frac{tc_a M_0^2}{1 - tc_a M_0} \quad (11.1 - 14)$$

代入 11.1 - 8 式可得

$$M = M_0 + \frac{tc_a M_0^2}{1 - tc_a M_0} \quad (11.1 - 15)$$

根据暗物质与物质比例的定义

$$M_g[t] = k_d M_0 \quad (11.1 - 16)$$

根据星系的相对总质量定义

$$M = K_M M_0 \quad (11.1 - 17)$$

不难得到下面的恒等式

$$k_d + 1 = K_M \quad (11.1 - 18)$$

11.1 - 17 式代入 11.1 - 15 式可得

$$K_M = \frac{1}{1 - tc_a M_0} \quad (11.1 - 19)$$

这是一个分式线性函数, 渐近线是方程

$$t = \frac{1}{c_a M_0} \quad (11.1 - 20)$$

这里约定时间单位是 $\frac{1}{c_a M_0}$, 当 $t=1$ 时, 星系的总质量趋于无穷大.

绘制 K_M 的函数图像

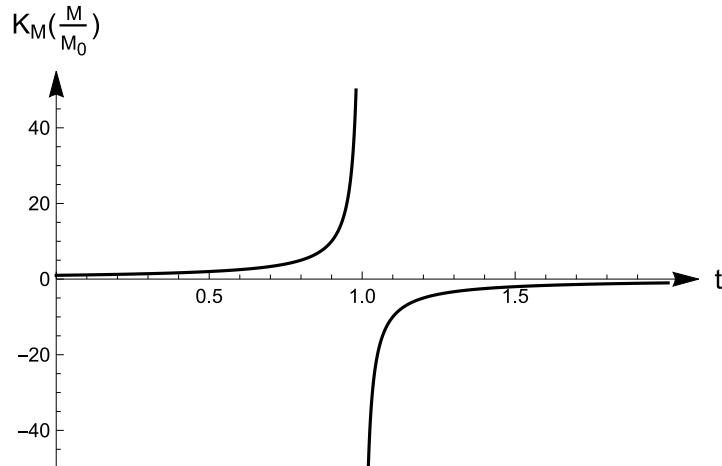


图 34 K_M 的函数图像 ($0 \leq t \leq \frac{2}{c_a M_0}$)

Figure 34 Graph of the function of K_M ($0 \leq t \leq \frac{2}{c_a M_0}$)

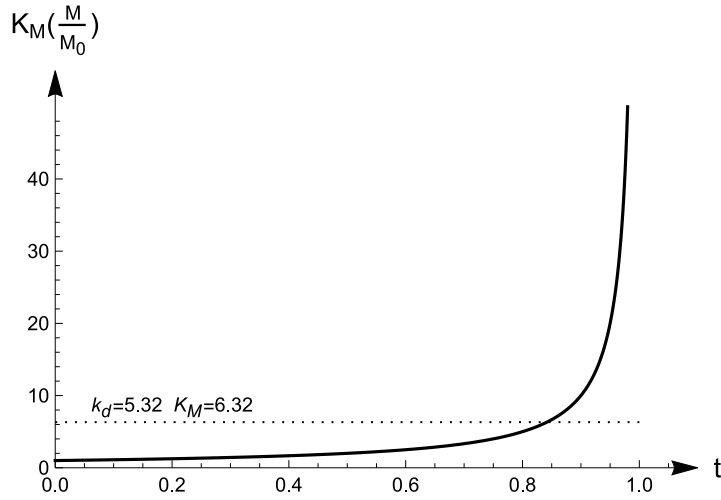


图 35 K_M 的函数图像 ($0 \leq t \leq \frac{1}{c_a M_0}$)

Figure 35 Graph of the function of K_M ($0 \leq t \leq \frac{1}{c_a M_0}$)

假如时间可以超过 1, 在这个宇宙模型中, 当时间大于 1 后, 星系的质量从正无穷大, 变成负无穷大, 下面随着时间推移负无穷大质量逐渐趋于 0. 假如时间不可以超过 1, 这个时候 K_M 的函数图像如上图所示.

根据普朗克卫星的观测结果^[10], 重子密度 $\rho_b = 0.02242$, 冷暗物质密度 $\rho_c = 0.11933$, $k_d = 0.11933/0.02242 = 5.32248$. 假设这个宇宙模型就是现存世界的宇宙模型, 那么星系相对质量 $K_M = k_d + 1 = 6.32248$. 上图粗线与点线的交点对应于现在我们宇宙所处的时刻位置. 上面的函数图像并未绘制在 t 接近 1 时候的所有图像. 如果绘制所有图像, 函数图像接近一个水平线和一个无限长垂直上升的竖线.

在不考虑相邻星系对宇宙单元暗物质晕的引力情况下, 星系总质量要么几乎没有变动约等于原有物质的质量, 要么近似直线上升. 在考虑相邻星系对宇宙单元暗物质晕的引力情况下, 不妨把整个宇宙看作一个中心天体, 运用前面的分析, 根据图像得出, 现存宇宙时间的尽头是 1, 这是宇宙的末日.

我们所在的宇宙对应函数图像每一点, 在时间尺度上存在概率的. 巧合的是我们刚好发现我们的宇宙还存在, 没有毁灭, 如同空中的烟花, 绚烂而短暂. 考虑不同宇宙模型时间轴上的时间长度是可以无限的, 那么我们所在的宇宙处于图中的交点概率虽然不为 0, 但无限接近于 0. 这是一个极小概率事件, 可以认为不可能发生. 假设这种宇宙模型存在与符合这种宇宙模型概率几乎为 0 存在矛盾, 引发末日悖论.

11.2 银河系的暗物质比例

根据⁶²给出的参考文献, 可以得到:

- 银河系的质量 $0.8 \sim 4.5 \times 10^{12} M_\odot$ ^{[17] [18] [19] [20] [21] [22]}
- 银河系的物质的质量 $0.543 \sim 0.95 \times 10^{11} M_\odot$ ^{[17] [19] [20]}

具体相关的数据如下表所示, 并求解同一数据来源对应的银河系的暗物质比例.

表 11 银河系的质量与暗物质比例 1

Table 11 Milky Way mass and dark matter ratio 1

Sources of data	M_m ($M_\odot$)	M ($M_\odot$)	$k_d = (M - M_m)/M_m$
[17]	$0.643^{+0.063}_{-0.063} \times 10^{11}$	$1.26^{+0.24}_{-0.24} \times 10^{12}$	18.596
[18]		$0.9^{+0.4}_{-0.3} \times 10^{12}$	
[19]	$0.95^{+0.24}_{-0.30} \times 10^{11}$	$0.80^{+0.31}_{-0.16} \times 10^{12}$	7.421
[20]	$0.543^{+0.057}_{-0.057} \times 10^{11}$	$1.32^{+0.29}_{-0.29} \times 10^{12}$	23.309
[21]		$1.5 \sim 4.5 \times 10^{12}$	

[22]		0.8×10^{12}	
------	--	----------------------	--

前面分析得到, 星系暗物质晕中暗物质质量与物质质量的比例 $k_d \leq 1 + \sqrt{2}$, 考虑到宇宙是膨胀的, 宇宙单元中星系的暗物质晕外还有多余的暗物质. 暗物质晕中的暗物质必然到达最大值 $1 + \sqrt{2} \approx 2.414$.

上表得出的银河系中暗物质总质量与物质总质量的比值 $k_d = 7.421 \sim 23.309$, 这与前面的结论 $k_d \approx 2.414$ 存在矛盾, 可能的原因是观测精度不够导致的误差.

2013 年发射的盖亚 (Gaia) 卫星通过对银河系中恒星的三维位置和运动进行极其精确的测量. 这种测量是一个循序渐进的过程, 因为盖亚的计算精度会随着它观测恒星样本的时间而提高. 仅 2023 年一年, 就有四篇不同的论文揭示了距离银河系中心 10 万光年以外的恒星速度急剧下降. 由于推断出银河系的质量较低, 估计为 2000 亿个太阳, 因此更加具体地引发了一些困扰. 天文学家对银河系可见物质的测量结果非常有信心, 其质量约为 600 亿个太阳. 如果这两个数字都是正确的, 这意味着暗物质与普通物质的比例仅为 2.3:1, 远远低于类似大小星系中的 10:1.⁶³

最近, 法国天体物理学家弗朗索瓦·哈默 (François Hammer) 以合著者的身份发表了一篇论文《Detection of the Keplerian decline in the Milky Way rotation curve》^[23]. 该论文通过盖亚 (Gaia) 卫星观测数据, 得到银河系更为精确的物质质量和引力质量. 如下表所示:

表 12 银河系的质量与暗物质比例 2
Table 12 Milky Way mass and dark matter ratio 2

Baryon model	$M_{\text{bar}}(10^{11}M_{\odot})$	$M_{\text{dyn}}(10^{11}M_{\odot})$	$k_d = M_{\text{dyn}}/M_{\text{bar}} - 1$
B2	0.616	$2.05^{+0.08}_{-0.06}$	2.328
E dJ	0.607	$1.97^{+0.09}_{-0.06}$	2.245
E J	0.603	$1.97^{+0.09}_{-0.06}$	2.267
E CM	0.589	$1.97^{+0.09}_{-0.06}$	2.345
G dJ	0.575	$1.98^{+0.09}_{-0.07}$	2.443
G J	0.571	$1.98^{+0.09}_{-0.06}$	2.468
G CM	0.557	$1.99^{+0.1}_{-0.07}$	2.573
Average	0.588	1.987	2.378

上表中, 综合不同的模型的平均数据, 银河系中暗物质总质量与物质总质量的比值 $k_d = 2.378$, 这与理论预测的比值 $k_d \approx 2.414$ 非常接近.

11.3 宇宙单元模型的星系旋转曲线

第 10 章提到一个宇宙单元模型——(4) 宇宙单元暗物质比例较大, 暗物质晕没有角动量.

下面分析在这个模型中星系的恒星旋转曲线. 假设恒星都是作匀速圆周运动, 选取一个恒星 B, 旋转速度是 v , 质量是 m , B 与中心天体距离 r . 不考虑暗物质流体的阻力, 暗物质晕视作密度不变的球体.

运动学分析可得

$$\frac{GM_{\text{m}}m}{r^2} + \frac{GM_{\text{d}}mr}{R_{\text{d}}^3} = m\frac{v^2}{r} \quad (11.3 - 1)$$

上式是一个关于 v 的一元二次方程, 有两个解, 约定旋转速度 $v > 0$, 去除一个无效的解, 可得

$$v = \sqrt{\frac{GM_{\text{m}}}{r} + \frac{GM_{\text{d}}r^2}{R_{\text{d}}^3}} \quad (11.3 - 2)$$

绘制恒星旋转速度曲线

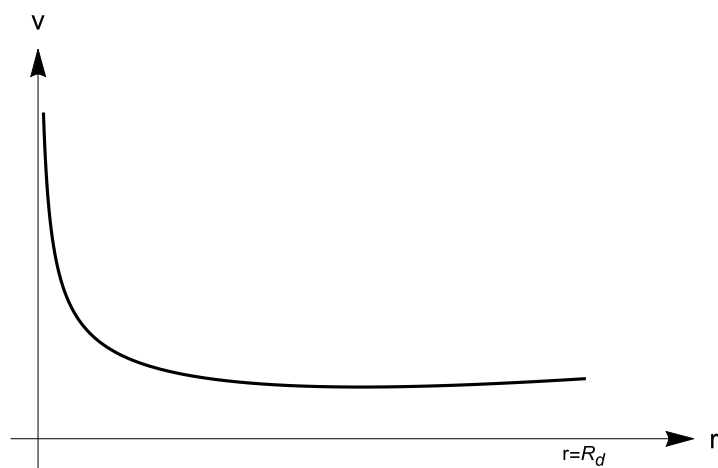


图 36 宇宙单元模型的星系旋转曲线

Figure 36 The galaxy rotation curve of the cosmic unit model

观察图像可得, 当 r 足够大以后, 恒星旋转速度几乎不变. 这个特征和典型的螺旋星系旋转曲线是一致的. 二者的在图像前部分的差异在于宇宙单元模型的质量分布与螺旋星系不同. 根据⁶⁴的描述, 人马座 A*(Sagittarius A*, Sgr A*) 是银河系银心的一个特大质量黑洞, 质量大小估计为 $(4.31 \pm 0.38) \times 10^6 M_{\odot}$ ^[24] 或 $(4.1 \pm 0.6) \times 10^6 M_{\odot}$ ^[25]. 根据前面合并的数据, 银河系总质量 $M = 0.8 \sim 4.5 \times 10^{12} M_{\odot}$, 银河系大部分质量并不是集中在星系的中心天体中.

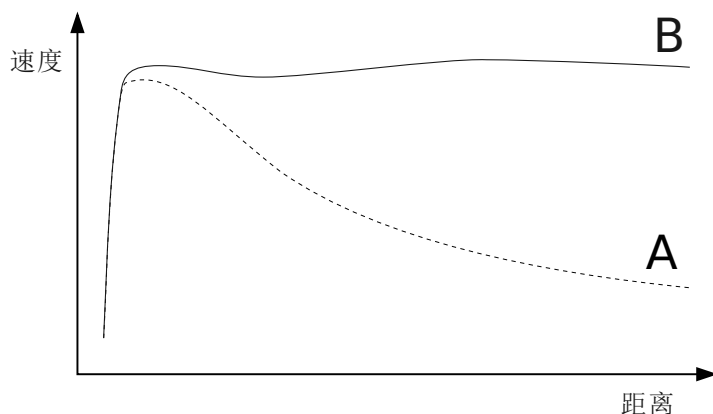


图 37 典型的螺旋星系旋转曲线 来源:⁶⁵

Figure 37 Typical spiral galaxy rotation curve Source: ⁶⁵

11.4 简化螺旋星系模型的旋转曲线

上一节中, 典型的螺旋星系旋转曲线中的虚线是根据天文观测到的物质在径向的分布密度, 预测得到旋转速度曲线. 星系自转问题是被观察到的转动速度, 和可观测到的螺旋星系质量, 以牛顿动力学预测的星系盘部分的速度之间所造成的矛盾. 尽管暗物质是迄今为止对旋转问题最被接受的解释, 但其他提议也取得了不同程度的成功. 在可能的替代方案中, 最值得注意的是修正牛顿动力学 (Modified Newtonian dynamics, MOND), 它涉及修改万有引力定律.⁶⁶

假设暗物质晕密度几乎不变, 而且是近似球体的. 这样暗物质晕的引力可以应用壳层定理简化计算.

螺旋星系质量集中在星系的旋转平面“星系黄道”. 这里只分析轨道在旋转平面的恒星旋转速度, 并且假设所有恒星、星际物质都在旋转平面上. 在这样的假设条件下, 星系中的物质提供的引力也可以应用壳层定理简化计算.

下面对物质径向密度曲线形状作启发式推导.

假设一个星系诞生之初, 只有一个中心天体 A, 质量是 M . 有物质微粒进入星系, 最后演化成恒星、行星、星际物质等可观测对象. 初期没有暗物质, 为了简化分析, 演化过程也假设没有暗物质. 随着时间的推移, 星系的合

并, 环绕中心天体的物质质量远超中心天体质量, 相差数个数量级. 暗物质在恒星等天体演化完成后再加入. 假设暗物质的加入只是让原有的恒星等物质天体所处的位置在径向均匀缩放. 假设最后星系的暗物质总质量与物质总质量的比值 $k_d = 1 + \sqrt{2}$. 在任意时刻, 任意星系俘获的物质微粒用 B 表示. 推导物质径向密度曲线过程中, 星系俘获物质微粒只考虑中心天体 A 或等效中心天体提供的引力. 俘获半径用 r_0 表示.

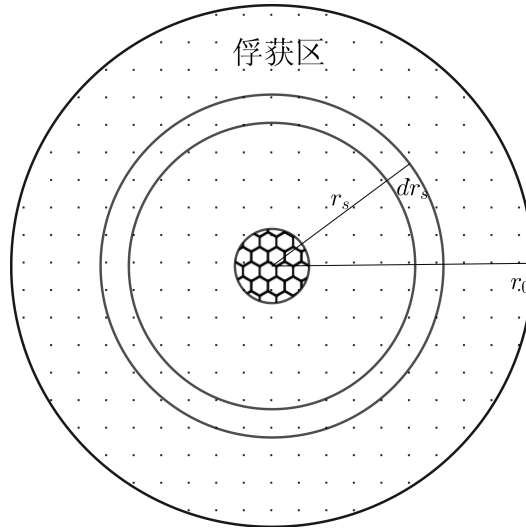


图 38 物质微粒被中心天体俘获时的几何关系

Figure 38 Geometric relationship of particles of matter when they are captured by the central celestial body

假设被俘获的物质微粒速度大小、运动方向都相同, 类似于流体, 上图是垂直于速度矢量的剖面. 在 B 受到 A 引力影响之前, A 与 B 的距离是 r_s ; 俘获区的面积为 S , 物质流体的密度是 ρ_m , 速度大小是 v_s , 俘获区质量流量是 q_v . B 的质量用 m_b 表示. B 受到 A 引力影响之后的稳定半径是 r_e , 稳定速度是 v_e . 时间用 t 表示. 俘获区已经俘获的物质微粒总质量是 $m_B[t, r_e]$.

俘获区截面从无穷远处到与星系中心重叠, 这个过程中, B 点因为受到引力, 速度和轨道发生变化. 同一方向相同速度的物质微粒流体, 从无穷远处到接近中心天体轨道稳定. 因为初始速度相同, A 重力做功相同, 所有的 B 点稳定半径和稳定速度是一样的.

这里假设, 流体运动到通过中心的俘获区截面时, 速度方向不改变, 速度大小是一样的. 假设物质流体运动到通过中心的俘获区截面之前 A 的重力没有作用, 到达这个截面的瞬间 A 的重力开始发挥作用. 而且 B 速度方向发生 90° 的变化, 由原来的垂直于俘获区截面变成与俘获区截面平行并通过, 速度的矢量方向与 A B 两点的连线垂直. 垂直于俘获截面两股方向相反的质量流量是 $\frac{1}{2}q_v$ 的物质微粒流体中的两个微粒弹性碰撞可以到达这种效果. 如此大费周章, 而且其中还有能量不守恒, 是为了在这种简化假设下获取 B 稳定后的径向密度分布公式.

上面的假设流体达到俘获区截面的瞬间 A 的重力开始发挥作用, 前面的暗物质流体情况也一样, 其中能量不守恒, 指的是流体来自无穷远的前提下. 如果把这个从无穷远处出发的流体, 换成暗物质与物质在以太凭空诞生. 星系穿越空间有一个速度. 物质与暗物质诞生后的微粒相对于星系就变成凭空出现并具有初速度的流体. 在这种情况下, 能量守恒. 如果真实的情况就是这样, 那么前面的假设以及简化过程就具有合理性. 上图中圆环带, 任意 B 点在时间上、空间上叠加的总质量与 B 的质量流量和时间的微分关系

$$d[m_B[t, r_e]] = d[q_v]d[t] \quad (11.4 - 1)$$

根据质量流量的定义

$$d[q_v] = v_s d[S] \rho_m \quad (11.4 - 2)$$

由圆环带的几何关系

$$d[S] = 2\pi r_s d[r_s] \quad (11.4 - 3)$$

不考虑物质微粒之间的引力, 不考虑暗物质微粒提供的引力,B 从到达俘获区截面开始到迁移到稳定轨道这个过程中,A 对 B 所做的功

$$W_e = \int_{r_s}^{r_e} -\frac{GMm_b}{r^2} d[r] = -GMm_b \left(-\frac{1}{r_e} + \frac{1}{r_s}\right) \quad (11.4 - 4)$$

在这其中 B 的动能变化

$$\Delta E_v = \frac{1}{2}m_b v_e^2 - \frac{1}{2}m_b v_s^2 \quad (11.4 - 5)$$

孤立的系统由能量守恒得

$$W_e = \Delta E_v \quad (11.4 - 6)$$

B 运行在稳定轨道, 假设 B 是做匀速圆周运动, 重力全部提供向心力

$$\frac{GMm_b}{r_e^2} = \frac{m_b v_e^2}{r_e} \quad (11.4 - 7)$$

11.4 - 4、11.4 - 5、11.4 - 6、11.4 - 7 式得

$$r_s = \frac{2GM r_e}{GM + r_e v_s^2} \quad (11.4 - 8)$$

在微积分中有一个链式法则

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx} \quad (11.4 - 9)$$

根据链式法则可得

$$\frac{d[r_s]}{d[r_s]} = \frac{d[r_s]}{d[r_e]} \frac{d[r_e]}{d[r_s]} \quad (11.4 - 10)$$

11.4 - 8 式代入上式

$$\frac{d[r_s]}{d[r_s]} = \frac{d \left[\frac{2GM r_e}{GM + r_e v_s^2} \right]}{d[r_e]} \frac{d[r_e]}{d[r_s]} \quad (11.4 - 11)$$

进一步微分运算

$$1 = \left(-\frac{2GM r_e v_s^2}{(GM + r_e v_s^2)^2} + \frac{2GM}{GM + r_e v_s^2} \right) \frac{d[r_e]}{d[r_s]} \quad (11.4 - 12)$$

解得初始半径与稳定半径的微分关系

$$d[r_s] = \frac{2G^2 M^2}{(GM + r_e v_s^2)^2} d[r_e] \quad (11.4 - 13)$$

联合 11.4 - 1、11.4 - 2、11.4 - 3、11.4 - 8、11.4 - 13 式可得

$$\frac{d[m_B[t, r_e]]}{d[t]d[r_e]} = \frac{8G^3 M^3 \pi r_e v_s \rho_m}{(GM + r_e v_s^2)^3} \quad (11.4 - 14)$$

$$\frac{d[m_B[t, r_e]]}{d[t]} = \frac{8G^3 M^3 \pi r_e v_s \rho_m}{(GM + r_e v_s^2)^3} d[r_e] \quad (11.4 - 15)$$

对 11.4 - 15 式进行积分并使用边界条件 $\left\{ r_e \rightarrow 0, \frac{d[m_B[t, r_e]]}{d[t]} \rightarrow 0 \right\}$, 可得

$$\frac{d[m_B[t, r_e]]}{d[t]} = \frac{4G^2 M^2 \pi r_e^2 v_s \rho_m}{(GM + r_e v_s^2)^2} \quad (11.4 - 16)$$

11.1 - 6 式与当前分析的内容存在相似之处, 变化可得俘获区半径

$$r_0 = \frac{2GM}{v_s^2} \quad (11.4 - 17)$$

目前已经得到 $\left\{ \frac{d[m_B[t, r_e]]}{d[t]d[r_e]}, \frac{d[m_B[t, r_e]]}{d[t]}, r_0 \right\}$, 分别是俘获区总质量对径向和时间的多重微分、俘获区总质量对时间的微分、俘获区半径. 假设随着时间的积累、星系的合并, $m_B[t, r_e]$ 逐渐累积成 M_m . 为了简化分析, 假设一个简化螺旋星系是由多个相同小星系合并而成的, 每个小星系中心天体质量、俘获物质微粒时间、俘获区微粒质量流量、径向尺寸 r_0 等条件都相同, 并且俘获物质微粒过程中, 每个小星系中心天体质量视作不变. 这里的中心天体质量简化处理, 视作小星系在俘获物质微粒过程中的整个星系平均总质量.

在这样的简化分析条件下, 只需要统计所有小星系的俘获时间长度的总和 T , 就可以求出简化螺旋星系的已经俘获的物质微粒总质量 M_m . M_m 对于半径 r_e 的微分是 M_{mdr} . 用 r 替换 r_e , 物质微粒稳定后的半径就是现在物质微粒所在位置对应的半径.

$$r_e = r \quad (11.4 - 18)$$

对 11.4 - 14、11.4 - 16 式, 使用边界条件 $\left\{ t \rightarrow 0, m_B[t, r_e] \rightarrow 0, \frac{d[m_B[t, r_e]]}{d[t]} \rightarrow 0 \right\}$, 作积分变换可得

$$M_m = m_B[T, r_e] = \frac{4G^2 M^2 \pi r_e^2 \rho_m v_s T}{(GM + r_e v_s^2)^2} \quad (11.4 - 19)$$

$$M_{\text{mdr}} = \frac{d[m_B[T, r_e]]}{d[r_e]} = \frac{8G^3 M^3 \pi v_s \rho_m r_e T}{(GM + r_e v_s^2)^3} \quad (11.4 - 20)$$

应用 11.4 - 18 式变换可得

$$M_m = \frac{4G^2 M^2 \pi r^2 \rho_m v_s T}{(GM + r v_s^2)^2} \quad (11.4 - 21)$$

$$M_{\text{mdr}} = \frac{8G^3 M^3 \pi v_s \rho_m r T}{(GM + r v_s^2)^3} \quad (11.4 - 22)$$

上式中, M_{mdr} 星系的物质质量在径向圆环带的分布密度, M_m 星系的物质质量从半径为 0 到指定半径之和.

万有引力常数和太阳质量的数值大小:

$$G = (6.67430 \pm 0.00015) \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \quad M_\odot = (1.98855 \pm 0.00025) \times 10^{30} \text{kg}$$

因为计算机离散数学系统的限制, Mathematica 计算数值的大小存在极限. 将十个、几十个数量级代入公式, 在遇到复杂的函数时, Mathematica 提示数值太小无法保证精度或者太大无法计算. 因此, 为了简化运算过程, 保证模拟精度. 这里对于物理量数值仅仅是为了模拟而选取的, 为了方便计算而挑选的数量级合适的数值. 约定下面的表格中第一行是 Mathematica 的输入命令, 第二行是运行结果.

计算“逃逸半径”径向尺寸 r_0 的大小

$r_0 /. \{G \rightarrow 1, M \rightarrow 1, \rho_m \rightarrow 1, v_s \rightarrow 0.01\}$
20000.

选取适当的常数, 计算 M_{mdr} 、 M_m 数值解析式

$\left\{ \frac{8\pi G^3 M^3 r T \rho_m v_s}{(GM + r v_s^2)^3}, \frac{4\pi G^2 M^2 r^2 T \rho_m v_s}{(GM + r v_s^2)^2} \right\} /. \{G \rightarrow 1, M \rightarrow 1, \rho_m \rightarrow 0.1, v_s \rightarrow 0.01, T \rightarrow 1\}$
$\left\{ \frac{0.0251327r}{(0.0001r + 1)^3}, \frac{0.0125664r^2}{(0.0001r + 1)^2} \right\}$

绘制 M_{mdr} 、 M_m 的函数图像

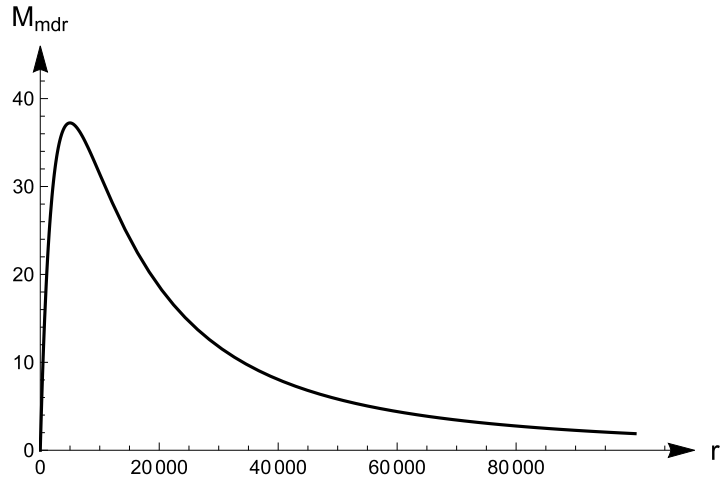


图 39 M_{mdr} 的函数图像

Figure 39 Graph of the function of M_{mdr}

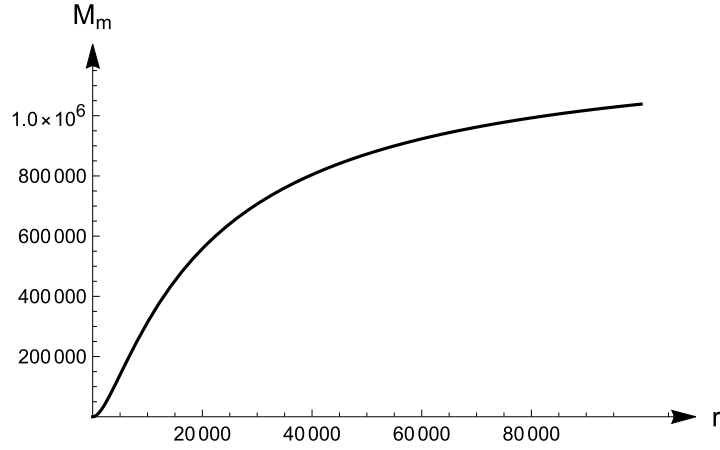


图 40 M_{m} 的函数图像

Figure 40 Graph of the function of M_{m}

观察图像得出 M_{m} 在半径为无穷大时存在一个极限, 求这个极限值

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4G^2 M^2 \pi r^2 \rho_{\text{m}} v_{\text{s}} T}{(GM + rv_{\text{s}}^2)^2} = \frac{4\pi G^2 M^2 T \rho_{\text{m}}}{v_{\text{s}}^3} \quad (11.4 - 23)$$

估算 M_{m} 在不同的半径处的大小与极限值的比例

Table	$\left[\left\{ n, N \left[\frac{\left(\frac{4G^2 M^2 \pi r^2 \rho_{\text{m}} v_{\text{s}} T}{(GM + rv_{\text{s}}^2)^2} / .r \rightarrow n \frac{2GM}{v_{\text{s}}^2} \right)}{\frac{4\pi G^2 M^2 T \rho_{\text{m}}}{v_{\text{s}}^3}}, 4 \right] \right\}, \{n, 1, 50\} \right]$
$\{\{1, 0.4444\}, \{2, 0.6400\}, \{3, 0.7347\}, \{4, 0.7901\}, \{5, 0.8264\}, \{6, 0.8521\}, \{7, 0.8711\},$ $\{8, 0.8858\}, \{9, 0.8975\}, \{10, 0.9070\}, \{11, 0.9149\}, \{12, 0.9216\}, \{13, 0.9273\},$ $\{14, 0.9322\}, \{15, 0.9365\}, \{16, 0.9403\}, \{17, 0.9437\}, \{18, 0.9467\}, \{19, 0.9494\},$ $\{20, 0.9518\}, \{21, 0.9540\}, \{22, 0.9560\}, \{23, 0.9579\}, \{24, 0.9596\}, \{25, 0.9612\},$ $\{26, 0.9626\}, \{27, 0.9640\}, \{28, 0.9652\}, \{29, 0.9664\}, \{30, 0.9675\}, \{31, 0.9685\},$ $\{32, 0.9695\}, \{33, 0.9704\}, \{34, 0.9712\}, \{35, 0.9720\}, \{36, 0.9728\}, \{37, 0.9735\},$ $\{38, 0.9742\}, \{39, 0.9748\}, \{40, 0.9755\}, \{41, 0.9760\}, \{42, 0.9766\}, \{43, 0.9771\},$ $\{44, 0.9777\}, \{45, 0.9781\}, \{46, 0.9786\}, \{47, 0.9791\}, \{48, 0.9795\}, \{49, 0.9799\},$	

上面的函数图像代表星系的物质质量可以分布到无穷远处. 无穷远处意味着整个宇宙. 而前面提到, 宇宙是有一个个宇宙单元组成, 尺寸是有限的, 星系存在边缘. 因此上面的函数图像中选取 $0-5r_0$ 部分作为模拟星系的全部物质质量, 后面的部分视作质量为 0. 在这种情况下, 计算物质的总质量和对应 $(1+\sqrt{2})$ 倍的暗物质总质量.

$M_m/.r \rightarrow nr_0/.\{G \rightarrow 1, M \rightarrow 1, \rho_m \rightarrow 0.1, v_s \rightarrow 0.01, T \rightarrow 1, n \rightarrow 5\}$
1.03854×10^6
$\% * (1 + \sqrt{2})$
2.50726×10^6

银河系总质量与它的中心天体质量的比值约为 0.36×10^6 , 这里模拟星系总质量与中心天体质量的比值约为 3.5×10^6 , 与银河系的比值数量级比较接近.

前面计算 M_{mdr} 和 M_m , 并未考虑暗物质的分布和引力作用. 现在考虑在星系中加入暗物质, 由物质的引力分布推导出暗物质流体的密度分布. 仅考虑星系中暗物质与物质之间的远程引力, 暗物质与暗物质之间的远程斥力忽略不计. 这种假设是为了避免蛋生鸡、鸡生蛋的循环定义, 循环关系. 在这种假设下获得稳定的分布, 再考虑暗物质与暗物质之间的远程斥力, 令远程斥力瞬间开始作用, 进一步分析就变得容易一些.

在螺旋星系中, 中心天体的质量与星系总质量相比数值太小, 这里视作 0. 目前分析的星系总质量是物质的总质量. 将圆盘形状的螺旋星系视作球状星团. 迄今为止, 在银河系发现约 300 个球状星团^[67]. 银河系的许多球状星团都有一个逆行轨道^[26], 包括质量最大的半人马座欧米茄 (ω Cen, NGC 5139, Caldwell 80). 它的逆行轨道表明它可能是银河系捕获的矮星系的残余物^{[27] [28]}. 使用球状星团模型有一个好处, 物质与暗物质可以应用壳层定理简化分析.

在前面的星系模型中, 暗物质晕中任意一个暗物质微粒用 C 表示, 所有物质的集合用 A_m 表示. C 的质量是 m_d , 暗物质流体处于的深度为 h , A_m 中心与 C 的距离是 r , C 点暗物质流体压强是 p , C 点暗物质流体密度用 ρ_d 表示. 用 M_d 代表暗物质晕从半径等于 0 到指定半径范围内的质量. C 点暗物质重力加速度是 g . A_m 与 C 之间引力为 F_d .

任意一个暗物质微粒 C 受到的重力

$$F_d = \frac{GM_m m_d}{r^2} \quad (11.4 - 24)$$

根据牛顿第二运动定律

$$F_d = m_d g \quad (11.4 - 25)$$

重力场中的静止暗物质流体有关系式

$$d[p] = -g\rho_d d[h] \quad (11.4 - 26)$$

忽略中心天体的半径, 得

$$r = h \quad (11.4 - 27)$$

假设暗物质流体是等温的, 由 10 - 9 式变换可得

$$\rho_d = C_{\rho d} p \quad (11.4 - 28)$$

联合 11.4 - 21、11.4 - 24、11.4 - 25、11.4 - 26、11.4 - 27、11.4 - 28 式, 可得

$$\frac{1}{p} d[p] = -\frac{4G^3 M^2 \pi C_{\rho d} T v_s \rho_m}{(GM + r v_s^2)^2} d[r] \quad (11.4 - 29)$$

对上式积分, 并使用边界条件 $\{r \rightarrow 0, p \rightarrow p_0\}$, 可得

$$p = e^{-\frac{4G^2 M \pi r C_{\rho d} T v_s \rho_m}{GM + r v_s^2}} p_0 \quad (11.4 - 30)$$

上式代入 11.4 - 28 式

$$\rho_d = e^{-\frac{4G^2 M \pi r C_{\rho d} T v_s \rho_m}{GM + r v_s^2}} C_{\rho d} p_0 \quad (11.4 - 31)$$

与 C 点同半径的球形薄壳形状的暗物质的质量表示为 M_d 的微分

$$d[M_d] = \rho_d (4\pi r^2) d[r] \quad (11.4 - 32)$$

11.4 - 31 式代入上式

$$d[M_d] = 4e^{-\frac{4G^2 M \pi r C_{\rho d} T v_s \rho_m}{GM + r v_s^2}} \pi r^2 C_{\rho d} p_0 d[r] \quad (11.4 - 33)$$

对上式积分, 并使用边界条件 $\{M_d \rightarrow 0, r \rightarrow 0\}$, 可得

$$\begin{aligned} M_d = & \frac{1}{3v_s^9} 4\pi C_{\rho d} p_0 \left(e^{-\frac{4\pi G^2 M r T C_{\rho d} \rho_m v_s}{GM + r v_s^2}} v_s \left(G^3 M^3 v_s^2 + r^3 v_s^8 \right. \right. \\ & - 2\pi G^3 M^2 T C_{\rho d} \rho_m v_s \left(5GM - r v_s^2 \right) \left(GM + r v_s^2 \right) \\ & + 8\pi^2 G^6 M^4 T^2 C_{\rho d}^2 \rho_m^2 \left(GM + r v_s^2 \right) \left. \right) \\ & + G^3 M^3 \left(4e^{-\frac{4\pi G^2 M T C_{\rho d} \rho_m}{v_s}} G^2 M \pi T \left(\text{Ei} \left[\frac{4\pi G^2 M T C_{\rho d} \rho_m}{v_s} \right] \right. \right. \\ & - \text{Ei} \left[\frac{4G^3 M^2 \pi T C_{\rho d} \rho_m}{r v_s^3 + G M v_s} \right] \left. \right) C_{\rho d} \rho_m \left(3v_s^2 - 12\pi G^2 M T C_{\rho d} \rho_m v_s \right. \\ & \left. \left. + 8\pi^2 G^4 M^2 T^2 C_{\rho d}^2 \rho_m^2 \right) - v_s \left(8\pi^2 G^4 M^2 T^2 C_{\rho d}^2 \rho_m^2 - 10\pi G^2 M T C_{\rho d} \rho_m v_s + v_s^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (11.4 - 34)$$

上式在 G 、 T 数值较大或者较小时, Mathematica 计算将无法保证精度. 这时可行的方法是对前面的微分方程使用数值积分计算 M_d .

选取适当的常数值, 计算 ρ_d 的数值解析式

$\rho_d / \{G \rightarrow 1, M \rightarrow 1, \rho_m \rightarrow 0.1, v_s \rightarrow 0.01, T \rightarrow 1, C_{\rho d} \rightarrow 10^{-2}, p_0 \rightarrow 1.789167211179288 * 10^{-7}\}$
$\frac{0.000125664r}{1.78917 \times 10^{-9} e^{-\frac{0.000125664r}{0.0001r + 1}}}$

绘制 ρ_d 的函数图像

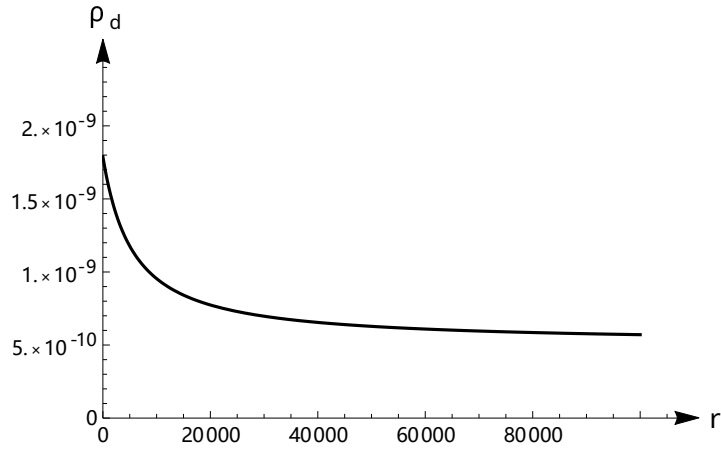


图 41 ρ_d 的函数图像

Figure 41 Graph of the function of ρ_d

选取适当的常数值, 计算 M_d 的数值解析式

$M_d/. \{G \rightarrow 1, M \rightarrow 1, \rho_m \rightarrow 0.1, v_s \rightarrow 0.01, T \rightarrow 1, C_{\rho d} \rightarrow 10^{-2}, p_0 \rightarrow 1.789167211179288 * 10^{-7}\} // \text{Simplify}$
$10269.6 + e^{-\frac{0.000125664r}{0.0001r + 1}} (-10132.7 - 1.29182r + 0.000047089r^2 + 7.49445 * 10^{-9}r^3)$
$-52.689 Ei \left[\frac{12566.4}{1.r + 10000.} \right]$
$\%/.r \rightarrow 100000$
2.50726×10^6

在 $r = 5r_0$ 处, $M_d = (1 + \sqrt{2}) M_m$. 满足前面星系物质与暗物质晕饱和比例的结论. 这里的 ρ_d 、 p_0 的数值是经过迭代运算得出的, 调整系数大小是为了满足这个比例关系.

绘制 M_d 、 M_m 的函数图像:

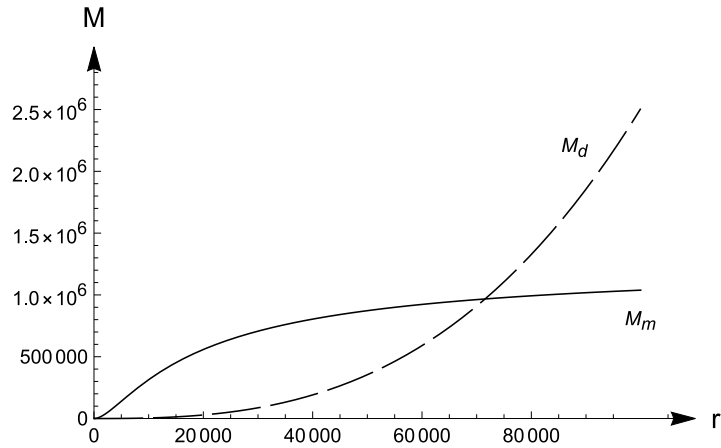


图 42 M_d 、 M_m 的函数图像

Figure 42 Graph of the function of M_d, M_m

考虑星系中不同类型的质量产生的重力单独作用下, 恒星的稳定旋转速度. 不同的质量用 M_i 表示, 恒星的质量是 m_B , 恒星的速度是 v , 恒星与星系中心的距离是 r . 重力提供匀速圆周的向心力

$$\frac{GM_i m_B}{r^2} = \frac{m_B v^2}{r} \quad (11.4 - 35)$$

方程有两个解, 约定 $v > 0$, 去除一个无效的解, 可得

$$v = \sqrt{\frac{GM_i}{r}} \quad (11.4 - 36)$$

使用之前的常数值, 把 M_m 、 M_d 、 $M_m + M_d$ 分别代入上式, 绘制物质产生的重力单独作用的情况下、暗物质产生的重力单独作用的情况下、物质和暗物质产生的重力全部作用的情况下恒星的稳定旋转速度.

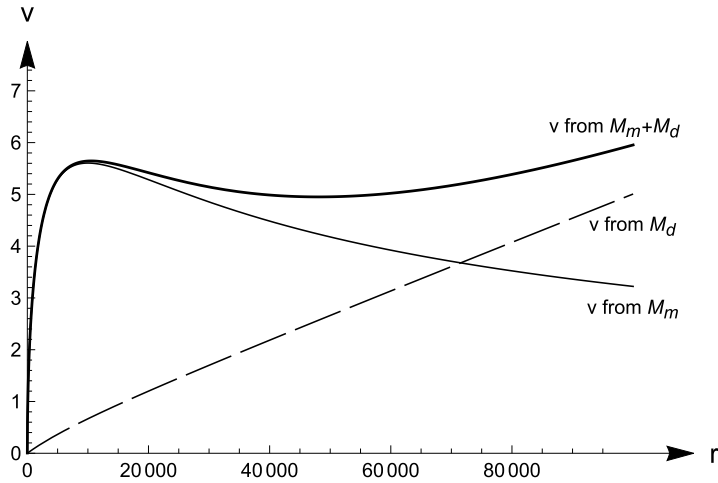


图 43 简化螺旋星系模型中, 分别只考虑 M_m 、 M_d 、 $M_m + M_d$ 的重力作用的情况下恒星的稳定旋转速度

Figure 43 In the simplified spiral galaxy model, the stable rotation speed of the star under the condition of only considering the gravitational effect of $M_m, M_d, M_m + M_d$

中国科学院大学黄样博士等人所在的研究团队在 2023 年 3 月发表一篇论文^[29], 论文中绘制了距离银河系中心 1.6 万光年至 8.1 万光年范围内的银河系旋转曲线, 成为目前该范围内最精确的银河系旋转曲线. 相关的银河系的星系旋转曲线如下图所示

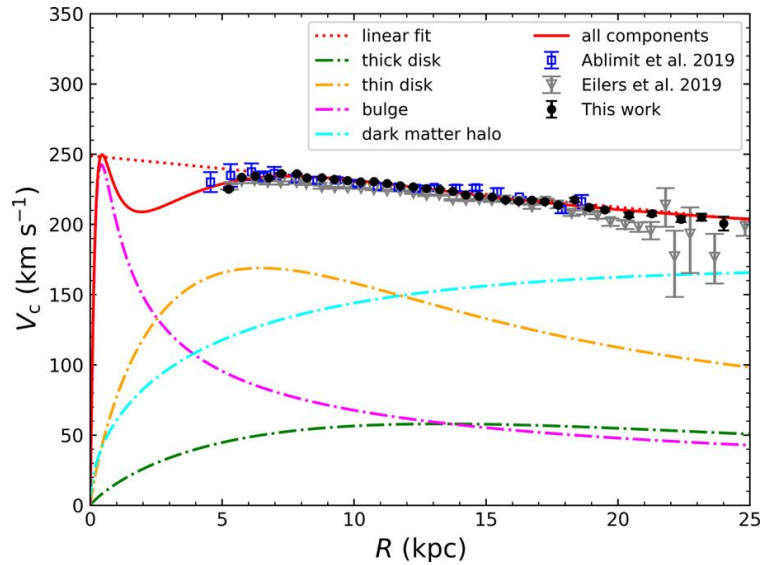


图 44 银河系的星系旋转曲线 来源: ^[29]

Figure 44 Galaxy rotation curve of the Milky Way Source: ^[29]

美国天文学家薇拉·鲁宾 (Vera Rubin) 是星系旋转速度研究的先驱. 她通过研究星系旋转曲线, 揭示了预测和观测到的星系旋转运动之间的差异. 她的工作确定星系旋转问题, 她的工作为暗物质的存在提供了第一个证据. 这些结果在随后的几十年中得到了证实. 在她的一篇文章^[30]中给出仙女座星系 M31 的星系旋转曲线:

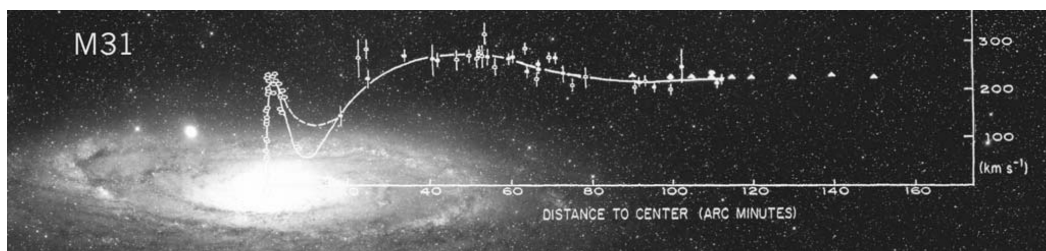


图 45 仙女座星系的星系旋转曲线 来源: [30]

Figure 45 Galaxy rotation curve of the Andromeda Galaxy Source: [30]

下图是螺旋星系 NGC 3198 的旋转曲线. 图中带有误差线的拟合曲线显示了其外部恒星的实际速度. 标有“disk”的线条显示的是预期的旋转曲线, 如果星系中唯一的质量是可见恒星的质量. 标有“halo”线是观察到的旋转曲线所需的额外暗物质. ⁶⁸“halo”线基于公式 $\rho_{\text{halo}}(R) \propto \left(\left(\frac{a}{R_0} \right)^\gamma + \left(\frac{R}{R_0} \right)^\gamma \right)^{-1}$. [31]

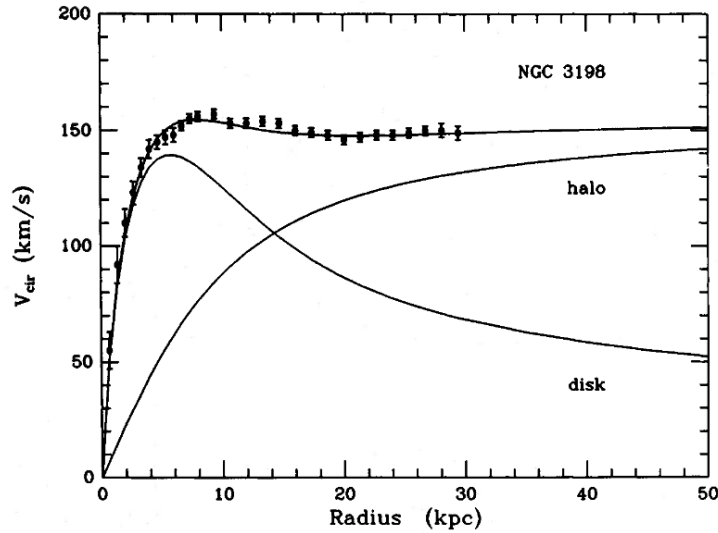


图 46 螺旋星系 NGC 3198 的旋转曲线 来源: [31]

Figure 46 Rotation curve of the spiral galaxy NGC 3198 Source: [31]

比较模拟简化螺旋星系模型的旋转曲线、银河系的星系旋转曲线、仙女座星系 M31 的星系旋转曲线、螺旋星系 NGC 3198 的旋转曲线, 可以看到简化星系模型自转与实际星系的旋转曲线存在相似之处. 不足之处是函数图像后部分高于实际曲线, 实际曲线是平坦的. 归纳银河系和仙女座星系的星系旋转曲线共同特征, 从原点开始出现一个波峰, 后面是一个波谷, 再后面的曲线趋于平缓并且呈现为一波三折的形状.

前面的简化螺旋星系模型中, 暗物质晕的分析未考虑暗物质与暗物质之间的远程斥力. 现在令远程斥力瞬间开始作用, 并考虑简化螺旋星系模型中的理想条件去除后的效果.

- 考虑暗物质与暗物质之间的远程斥力, M_d 的曲线在 r 方向上的长度变长, 暗物质晕更多地分布在半径较大的区域, 简化螺旋星系旋转曲线后部分变高, 中间的凹处变低.
- 考虑暗物质晕的环绕流动, M_d 的曲线变得平缓, 暗物质晕在半径较大的区域比例变小, 简化螺旋星系旋转曲线后部分变得平缓.
- 考虑选取来源曲线 M_{mdr} 在 r 方向上的范围变宽, 暗物质的总质量不变. M_m 的曲线变得平缓, 相对于星系整体尺寸而言, 物质质量更多地集中在半径较小的区域, 简化螺旋星系旋转曲线前部分变高, 中间的凹处变低.
- 考虑螺旋星系的物质部分由球状星团模型变成圆盘状模型, 暗物质晕由球体变成扁平的类似扁椭球体或飞碟形状, M_d 的曲线变得平缓, 暗物质晕在半径较大的区域比例大幅度下降, 简化螺旋星系旋转曲线半径较大的部分将不再陡峭.

综合的结果, 简化螺旋星系旋转曲线会更逼近真实星系旋转曲线. 更精确的分析需要借助计算流体力学的模拟, 限于目前的条件, 这里只作定性的分析.

11.5 第九行星

冥王星 (Pluto, 小行星序号:134340 Pluto), 从 1930 年被发现至 2006 年 8 月 24 日止, 曾被视为第九颗行星, 而之后被国际天文联会重分类为矮行星. 从 1930 年冥王星被发现, 至 2006 年正式为行星下定义, 天文学家和一般大众都不断推测第十颗行星的存在. ⁶⁹ 阋神星 (Eris, 小行星序号:136199 Eris) 是现已知太阳系中第二大的矮

行星, 在所有围绕太阳运行的天体中质量排名第九, 比冥王星重约 27%. 因为阋神星看起来比冥王星要大, 所以一开始它的发现者和 NASA 把其称之为太阳系的第十大行星. 但随着其他类似大小天体的陆续发现, 符合行星定义的太阳系天体数量骤增, 促使国际天文联合会第一次重新进行行星定义.⁷⁰ 太阳系中的矮行星按照体积排名, 依次是冥王星 (Pluto)、阋神星 (Eris)、妊神星 (Haumea)、鸟神星 (Makemake). 2006 年的行星重定义将冥王星从行星的名单中剔除, 阋神星也不可能以轨道优势的原则跻身第十颗行星. 如果没有其他定义上的变动, 符合标准的任何对象将会被分类为第九颗行星, 而不是第十颗行星.⁶⁹ 研究者发现已知的柯伊伯带天体轨道分布表明这些天体极有可能受到一颗大行星的引力作用, 推断在海王星外存在一颗未发现的大行星.^[32]

加州理工学院两位行星天文学教授康斯坦丁·巴蒂金 (Konstantin Batygin) 和迈克·布朗 (Mike Brown) 发现了一个巨型行星的证据, 它在外太阳系中追踪一个奇怪的、高度拉长的轨道. 这个被命名为“第九行星 (Planet Nine)”的物体的质量大约是地球的 10 倍, 其轨道距离太阳的平均距离是海王星的 20 倍 (海王星的轨道距离平均为 28 亿英里). 事实上, 这颗新行星需要 1 万到 2 万年的时间才能围绕太阳运行一圈.

康斯坦丁·巴蒂金和迈克·布朗通过数学建模和计算机模拟发现了这颗行星的存在, 但尚未直接观察到该物体:“这将是一颗真正的第九颗行星,” Richard and Barbara Rosenberg 的行星天文学教授迈克·布朗说, “自古以来只发现了两颗真正的行星, 这将是第三颗. 它是我们太阳系中相当大的一部分, 仍有待发现, 这非常令人兴奋.” 布朗指出, 这颗假定的第九颗行星——质量是冥王星的 5000 倍——足够大, 因此对于它是不是一颗真正的行星应该没有争议. 与现在被称为矮行星的一类较小的天体不同, 九号行星在引力上主宰着它在太阳系的附近的位置. 事实上, 它主宰的区域比其他任何已知的行星都要大——布朗说这一事实使它成为“整个太阳系中最有行星特色的行星”.⁷¹

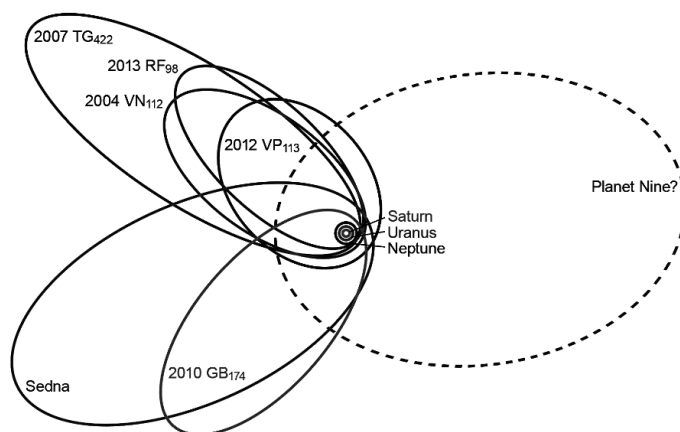


图 47 第九行星示意图 来源:⁷²

Figure 47 Schematic diagram of the ninth planet Source:⁷²

康斯坦丁·巴蒂金和迈克·布朗发现, 六颗海王星外天体 (Trans-Neptunian object, TNO) 的轨道分布得到最佳地模拟重现的条件是加入一个 10 倍地球质量的行星并具有如下的轨道特征:

半长轴 $a \approx 700\text{AU}$ (轨道周期 $700^{1.5} = 18520$ 年)

偏心率 $e \approx 0.6$ (近日点 $= a(1-e) = 280\text{AU}$, 远日点 $= a(1+e) = 1120\text{AU}$)

倾角 $i \approx 30^\circ$ (与黄道夹角)^{72 [32]}

因为缺乏数据的缘故, 这里只作简单的分析.

前面的分析得出的结论, 在膨胀的宇宙中, 星系的中暗物质总质量与物质总质量的比值 $k_d = 1 + \sqrt{2} \approx 2.414$. 这个结论对于太阳系同样适用. 不考虑太阳系暗物质晕的环绕运动, 假设暗物质晕相对于太阳系是静止的流体, 暗物质晕的应该是一个球体. 太阳系的总质量是 $1.0014M_\odot$, 太阳包含了太阳系的绝大部分质量. 注意这里的总质量应该是太阳系可观测天体的质量总和, 并未计入暗物质质量. 按照前面的结论, 太阳系还有对应于物质总质量约 2.414 倍的暗物质晕. 因为银河系本身就在暗物质晕中, 因此在太阳系的暗物质晕外围部分暗物质密度不为 0, 来自暗物质晕外部四面八方的暗物质对太阳系系恒星、行星同样存在引力作用. 因为边界呈球对称, 接近太阳系中心的位置受到暗物质晕外部的暗物质合力约等于 0, 受到暗物质晕内部的暗物质的合力约等于 0. 根据康斯坦丁·巴蒂金和迈克·布朗模拟结果, 暗物质晕在六颗海王星外天体轨道附近的质量分布导致的可观测引力效应

并不大, 等价于一颗 10 倍地球质量的行星产生的效果. 为什么在柯伊伯带天体轨道发现异常, 而内部的行星轨道异常没有这么明显呢? 合理的解释是, 太阳系暗物质晕的边界半径较大, 暗物质的密度较小, 在距离太阳系中心半径比较远的地方, 暗物质的重力效应才比较明显. 对于太阳系内部的行星, 这种暗物质分布引起的重力效应并不大, 不容易被察觉到.

与第九行星类似, 太阳系存在先驱者号异常现象 (Pioneer anomaly). 先驱者 10 号和先驱者 11 号航天器在离开太阳的轨道上经过约 20 个天文单位后与理论预测的加速度存在偏差. 传回来的无线电追踪数据分析, 当探测器处于距太阳 20 至 70 个天文单位的距离时, 其讯号有一些稍微异常的多普勒频率漂移现象出现. 这种漂移情况, 表示探测器不断以 $(8.74 \pm 1.33) \times 10^{-10} \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的加速度减速.^[33] 换句话说, 像是有种外来力量迫使先驱者探测船减速. 多年来, 这个明显的异常一直是人们非常感兴趣的问题. 目前提出的解释包括: 热反冲力、柯伊伯带或暗物质的引力、行星际物质的阻力、航天器气体泄漏、观测误差、时钟加速等原因.⁷³

用暗物质晕可以解释这个现象, 原理与第九行星类似. 离太阳系越远, 根据壳层定理, 对应的暗物质产生的引力就越大. 暗物质晕等价效应的“第九行星”有 10 倍地球质量, 相对于太阳系总质量微不足道, 但不可忽略, 这正是微小负加速度的来源.

假设先驱者航天器仅仅受到太阳的质量和太阳系周围的暗物质质量的影响, 不考虑银河系和其他天体的引力, 联立牛顿第二运动定律和万有引力定律

$$F = ma = \frac{GMm}{r^2} \quad (11.5 - 1)$$

前面已经分析出球状中心天体周围的暗物质晕密度近似不变, 那么太阳系的总质量为

$$M = M_0 + \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_d \quad (11.5 - 2)$$

可得:

先驱者航天器的加速度

$$a = \frac{GM_0}{r^2} + \frac{4}{3}\pi G \rho_d r \quad (11.5 - 3)$$

暗物质晕的密度

$$\rho_d = \frac{3 \left(a - \frac{GM_0}{r^2} \right)}{4\pi G r} \quad (11.5 - 4)$$

在一定范围内, 先驱者航天器的半径近似不变, 先驱者航天器的加速度中, $\frac{GM_0}{r^2}$ 是已知的, $\frac{4}{3}\pi G \rho_d r$ 近似不变, 是异常加速度的来源. 这就解释了观测到先驱者 10 号和先驱者 11 号航天器存在理论预测之外的加速度, 而且这个加速度看起来近似保持不变. 此外, 根据先驱者航天器的加速度漂移精确信息, 可以计算太阳系的暗物质密度, 甚至可以计算太阳系的暗物质边界半径.

12 宇宙微波背景辐射的来源

归纳宇宙微波背景辐射特征:

- 利用传统的光学望远镜, 恒星和星系之间的空间 (背景) 是一片漆黑. 然而, 利用灵敏的辐射望远镜可发现微弱的背景辉光, 且在各个方向上几乎一模一样, 与任何恒星, 星系或其他对象都毫无关系.
- 它在一个相当宽的波段范围内良好地符合黑体辐射谱, 对应温度大约为 2.7K (近似为 3K).
- 宇宙空间背景上的各向同性的微波辐射.
- 罗伯特·迪克 (Robert Dicke) 建议将其解释为宇宙微波背景辐射 (CMB), 即大爆炸的黑体辐射残留. 空间膨胀导致宇宙诞生之初高温的黑体辐射波长变长, 变成今天的 2.7K 黑体辐射谱.
- 根据普朗克卫星的观测结果, 依据 CBM 偶极异向性得出太阳系在宇宙中的运动速度约为 $369.82 \pm 0.11 \text{ km/s}$, 但这个速度与太阳系绕行银河系核的速度 $239 \pm 5 \text{ km/s}$ 方向大致相反, 这代表银河系核在宇宙中的速度, 约为 $565 \pm 5 \text{ km/s}$.^[34] ⁷⁴

第一步 把罗伯特·迪克的解释视作假命题,因为这个解释包含了空间膨胀的假说.假如空间是膨胀的,那么100 亿光年外的星系发出的光到达地球,在这100 亿年内,空间的尺度相对于100 亿年前光线出发时刻的空间是变化的.在光线100 亿年的旅途中,经历了不同尺度的空间,光速在不同的尺度的空间会变化吗?如果光速是不变的,是相对于正在旅途中的空间尺度,还是出发时候的空间尺度?如果光速随着时间变化,那么光速这个宇宙常数会变化,Ia 型超新星爆发对应的钱德拉塞卡极限就会变化,超新星宇宙学调查就会因为光速的变化而变得不准确,宇宙加速膨胀变得不易确认.光速的变化同样会影响量子力学领域,氢原子的氢原子光谱就会变化.那么基于氢原子的吸收发射光谱特征的宇宙红移基准就会发生变化.宇宙学红移将失去稳固不变的比较基准而不准确.空间、时间都是相对的、可变的,光速也是可变的,那么什么是不变的呢?什么物理量可以作为参照的标准呢?

第二步 宇宙微波背景辐射非常符合黑体辐射特征,排除宇宙大爆炸奇点的高温黑体辐射,不排除其他可能性,看起来最有可能成立的解释是,宇宙微波背景辐射是现存宇宙中某种低温物体的黑体辐射.

第三步 确定是黑体辐射.天文观察得出,恒星和星系之间的空间(背景)虽然是一片漆黑,也存在微波背景辐射,它与任何恒星,星系或其他对象都毫无关系.黑体辐射并不是来自恒星和星系.

第四步 既然黑体辐射不是来自恒星、星系,那么与恒星、星系分布密切相关的暗物质晕也不是黑体辐射的来源.

第五步 宇宙微波背景辐射相对于银河系存在 565 ± 5 km/s 相对速度,说明宇宙背景辐射不是来自银河系内部的任何物质、暗物质.根据哈勃定律,离我们越远的星系,退行速度越快,大致成各向同性.这意味着远处的星系像膨胀的气球离我们远去.既然各方向的速度均匀,那么如果来自远处星系的低温黑体辐射,到达太阳系,就不会存在与银河系的相对速度.(更为严谨的说法是,假如宇宙微波背景辐射来自远处的星系,那么 CBM 偶极异向性对应的速度,排除了太阳系相对于沙普利超星系团中心和巨引源附近的本动速度后,应该等于 0.因为目前尚未获得前面提到的本动速度精确值,不能得出沙普利超星系团中心和巨引源相对于微波背景辐射参考系的速度是否等于 0.即使天文学上进行精确测量这个本动速度也存在不小的困难,这一步的观点,目前只能作为宇宙微波背景辐射不是来自远处的星系可能的理由,而不能作为充分的理由.)

第六步 既然这个宇宙微波背景辐射不是来自银河系的物质、暗物质,也不是来自远处的星系的物质、暗物质,那来自哪里呢?

以太(Luminiferous aether,ether)原本是古希腊哲学家亚里士多德(Aristotle)所设想的一种物质,为五种古典元素之一.

亚里士多德认为世界由五大元素构成:

土:又冷又干.

水:又冷又湿.

火:又热又干.

气:又热又湿.

以太:天球和星体(恒星和行星)的实体,纯粹而神圣.⁷⁵ [35]

19 世纪的物理学家,认为它是一种曾被假想的电磁波的传播介质⁷⁶.但后来的实验和理论表明,如果不假定“以太”的存在,很多物理现象可以有更为简单的解释.也就是说,没有任何观测证据表明以太存在,因此以太理论被科学界抛弃.⁷⁷

1887 年迈克尔逊-莫雷实验(Michelson-Morley experiment)的负面结果表明以太不存在,这一发现在 1920 年代的后续实验中得到证实.这导致了大量的理论工作来解释光在没有以太的情况下的传播.一个重大突破是相对论,它可以解释为什么实验未能看到以太,但更广泛地解释为表明不需要它.迈克尔逊-莫雷实验与黑体辐射和光电效应一起,是现代物理学发展的关键实验,涵盖了相对论和量子力学,后者解释了光的粒子性质.⁷⁸

第七步 迈克尔逊-莫雷实验只是证明光在不同的惯性参考系传播速度相同,不能证明光的传播不需要介质.最起码光的传播需要空间吧.人们日常生活经验知道,声波需要空气作为传播介质,水波需要水作为传播介质.这里把代表绝对空间参考系的以太提出来,这个被科学界抛弃的,认为无法看到的对象,刚好满足宇宙微波背景辐射这个低温黑体辐射的来源特征.以太就是空间本身,银河系在空间中穿梭,有相对于空间的速度可以解释偶极异向性的来源.

第八步 前面的假设提到,物质与暗物质诞生于虚无,暗物质没有电磁场,不会发射负光子.假如物质诞生之初伴随着一定的温度,这个温度代表一定能量.在总二阶能量为 0 的前提下,可以提供这种实数的热能.与这个实数的热能构成二阶能量守恒的量,可以是暗物质超过物质比例的虚数质量对应的能量,也可以是暗物质自带的

虚数的热能. 空间本身是不动的, 星系、恒星、星际物质都会相对于空间运动. 以太中凭空产生物质暗物质虚粒子对, 物质粒子伴随着一定的低温. 刚刚诞生的低温物质粒子源于空间一点, 假设这个低温物质粒子运动方向是随机的, 速度大小在一定范围内. 来自四面八方的低温物质粒子的黑体辐射宏观上组成一个整体, 这个整体与太阳系的相对速度, 对应太阳系与空间本身的相对速度.

以太各点的位置 $\equiv$ 空间各点的位置 $\cong$ 刚刚诞生的低温物质粒子的位置 $\equiv$ 宇宙微波背景辐射发射点的位置

既然宇宙微波背景辐射的偶极异向性可以求解银河系相对于空间的速度, 那么可不可以求解银河系在宇宙膨胀中对应的速度呢?

当然可以. 前面提到银河系核在宇宙中的速度 565 ± 5 km/s 指的是银河系以以太为绝对参考系, 银河系相对于以太的运动速度. 这个速度必然包含银河系在宇宙膨胀中的膨胀速度. 普朗克卫星 2018 年的数据报告^[34] 包含的信息可以给出一些提示. 数据如下:

表 13 与 CMB 偶极异向性、银河系中心、本星系群相关的速度 来源: ^[34]

Table 13 Velocities associated with CMB dipole anisotropy, the Galactic Center, and the Local Group Source: ^[34]

Relative velocity	Speed [km/s]	l [deg]	b [deg]
Sun-CMB	369.82 ± 0.11	264.021 ± 0.011	48.253 ± 0.005
Sun-LSR	17.9 ± 2.0	48 ± 7	23 ± 4
LSR-GC	239 ± 5	90	0
GC-CMB	565 ± 5	265.76 ± 0.20	28.38 ± 0.28
Sun-LG	299 ± 15	98.4 ± 3.6	-5.9 ± 3.0
LG-CMB	620 ± 15	271.9 ± 2.0	29.6 ± 1.4

下面开始绘制普朗克卫星数据报告中本星系群速度和银河系速度矢量关系图.

$v_{\text{LG-CMB}}$ 本星系群相对于以太的运动速度

$v_{\text{GC-CMB}}$ 银河系相对于以太的运动速度

$v_{\text{LG-GC}}$ 本星系群相对于银河系的运动速度

在球坐标系中, 求解 $v_{\text{LG-CMB}}$ 与 $v_{\text{GC-CMB}}$ 的夹角和 $v_{\text{LG-GC}}$ 的大小.

使用 $^\circ$ 表示 1 度的弧度.

FullSimplify[VectorAngle[FromSphericalCoordinates[{1, θ_1 , ϕ_1 }], FromSphericalCoordinates[{1, θ_2 , ϕ_2 }]], { $\theta_1 > 0, \phi_1 > 0, \theta_2 > 0, \phi_2 > 0$ }]
ArcCos[Sin[θ_1]Sin[θ_2]Cos[$\phi_1 - \phi_2$] + Cos[θ_1]Cos[θ_2]]
ArcCos[Sin[θ_1°]Sin[θ_2°]Cos[($\phi_1 - \phi_2$) $^\circ$] + Cos[θ_1°]Cos[θ_2°]]/ $^\circ$ /. { $\theta_1 \rightarrow 28.38, \phi_1 \rightarrow 265.76, \theta_2 \rightarrow 29.6, \phi_2 \rightarrow 271.9$ }
3.2146
$\sqrt{b^2 - 2bc\cos[x^\circ] + c^2}$ /. { $b \rightarrow 565, c \rightarrow 620, x \rightarrow \%$ }
64.2448

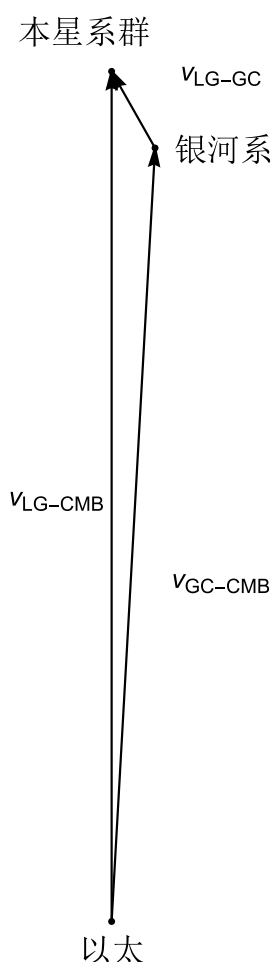


图 48 本星系群速度和银河系速度矢量关系图

Figure 48 Diagram of the relationship between the velocity of the Local Group and the velocity of the Milky Way

巨引源 (Great Attractor) 指的是位于拉尼亚凯亚超星系团中心的长蛇-半人马座超星系团附近的引力异常处, 一个相当于数万个银河系质量的引力中心, 距离地球 1.5 亿至 2.5 亿光年. 大约几亿光年外的包括本星系群 (The Local Group) 和室女座星系团成员在内数百万个星系都受到它的影响. 所有这些星系都发生红移, 依据哈勃定律显示它们之间以及地球都在相互远离, 红移量和哈勃定律预测值的差异 (即本动速度) 揭示了巨引源的存在. 它们以 630 km/s 的速度朝向银河坐标 $l = 268^\circ, b = 27^\circ$ 运动. ^{79 [36]}

尽管狭义相对论指出, 在空间中没有“首选”的惯性参照系可以与银河系进行比较, 但相对于宇宙学参照系, 银河系确实有一个速度. 其中一个参照系是哈勃流, 即星系团由于空间膨胀而产生的明显运动. 单个星系, 包括银河系, 相对于平均流而言, 具有特殊的速度. 因此, 为了将银河系与哈勃流进行比较, 我们必须考虑一个足够大的体积, 使宇宙的膨胀在局部的随机运动中占主导地位. ⁷⁴ 天文学家认为, 相对于这个局部共同运动的参照系, 银河系的运动速度大约为 630 km/s . ^{80 81} 银河系正朝着巨引源 (Great Attractor) 和其他星系团的大方向运动, 包括它后面的沙普利超星系团 (Shapley super cluster). ^[37] 本星系群 (The Local Group), 一个由引力束缚的星系组成的星系团, 其中包括银河系和仙女座星系, 是一个叫做室女座超星系团 (Virgo Supercluster) 的超星系团的一部分, 其中心在室女座星系团附近. 另一个参考框架是由宇宙微波背景 (CMB) 提供的. 银河系相对于 CMB 的光子以 $565 \pm 5 \text{ km/s}$ 的速度运动, 朝向靠近长蛇座中心的区域. 这种运动被宇宙背景探测器 (COBE) 和威尔金森微波各向异性探测器 (WMAP) 等卫星观测到, 作为对 CMB 的偶极子贡献, 因为在 CMB 框架内处于平衡状态的光子在运动方向上被蓝移, 在相反的方向上被红移. ^{74 [34]}

本星系群 $\subset$ 室女超星系团 ⁸²

室女超星系团 $\subset$ 拉尼亚凯亚超星系团 ⁸³

拉尼亚凯亚超星系团的重力中心是巨引源. ⁸⁴

对偶极子各向异性的分析表明, 太阳相对于本星系群共同运动参照系的速度约为 $369.82 \pm 0.11 \text{ km/s}$. 如果考

考虑到太阳围绕银河系的运动以及银河系相对于本星系群的运动, 就会发现本星系群相对于本星系群共动参照系的速度约为 630km/s. [38] [34]

巨引源本身正在向沙普利超星系团移动. ⁸⁵

沙普利超星系团非常接近本星系群 (包括我们的星系) 相对于宇宙微波背景 (CMB) 参考系的移动方向. 这导致许多人推测, 沙普利超星系团确实可能是我们银河系本动速度 (哈勃定律无法解释或消除的星系退行速度的成分) 的主要原因之一——巨引源可能是另一个原因——并引发了对这个超星系团的兴趣激增. 已经发现, 巨引源和我们宇宙区域中的所有星系 (包括我们所在的星系银河系) 都在向沙普利超星系团移动. ⁸⁶

CMB $\equiv$ Cosmic microwave background $\equiv$ 宇宙微波背景辐射

GC $\equiv$ Galactic Center $\equiv$ 银河系中心

LG $\equiv$ Local Group $\equiv$ 本星系群

VS $\equiv$ Virgo Supercluster $\equiv$ 室女超星系团

LS $\equiv$ Laniakea Supercluster $\equiv$ 拉尼亚凯亚超星系团

SP $\equiv$ Shapley super cluster $\equiv$ 沙普利超星系团

根据前文的归纳:

太阳系 $\subset$ 银河系 $\subset$ 本星系群 $\subset$ 室女超星系团 $\subset$ 拉尼亚凯亚超星系团 $\subset$ 沙普利超星系团为中心更大的星系团

上面的包含关系有 6 级, 假设在可观测宇宙的宇宙膨胀模型中, 6 级是我们太阳系从属关系的最高级. 假设沙普利超星系团为中心更大的星系团是一个独立的整体, 与其他绝大部分星系团互相远离, 并没有向一个中心聚集或环绕的运动. 那么沙普利超星系团中心相对于以太的速度就可以视为银河系在宇宙膨胀中的速度.

在测得太阳相对以太的速度和各级的相对速度后, 就可以通过速度矢量叠加求得沙普利超星系团中心相对于以太的速度, 这个就是银河系所在位置的宇宙膨胀速度. 普朗克卫星数据报告有去除偶极异向性的图像, 必然减去了一个相对于沙普利超星系团中心和巨引源附近的本动速度. 目前尚没有找到这个本动速度的具体数值.

$$v_{SP-CMB} = v_{Sun-CMB} + v_{GC-Sun} + v_{LG-GC} + v_{VS-LG} + v_{LS-VS} + v_{SP-LS}$$

13 地球上暗物质的检测

可以估算银河系, 太阳系空间里的暗物质密度是很低的. 因为地球的暗物质晕分布主要是由质量最大的地球主导的, 所以空气、地面的人周围的暗物质密度会非常小. 如果宇航员在远离地球暗物质晕的太空中, 如果地球、太阳、宇宙飞船等其他物体的引力作用对宇航员周边的暗物质分布作用几乎为 0, 那么在宇航员的人体外部有约 2.414 倍的暗物质晕, 只是半径很大, 密度很低. 把暗物质视作理想流体, 没有黏性, 加上密度低, 暗物质对太空中运动的物体产生的阻力非常小.

暗物质不与电磁场发生作用, 无法通过光电信号直接探测出来. 目前看来唯一的途径就是通过引力效应探测出来, 比如星系旋转曲线与预期的旋转曲线存在差异. 即使可以通过向太阳系外部发射宇宙飞船, 通过实际加速度与预期加速度的差异探测到暗物质晕的分布, 那也得花费相当长的时间. 选用不同材料做成陀螺. 假如暗物质是亚原子尺寸, 可以渗透到固体物质材料内部, 那么离心力可以让暗物质粒子甩出来. 这个时候陀螺的总质量会降低. 如果选择超导材料作为磁悬浮支撑, 陀螺将几乎不受到支撑点摩擦力的作用, 可以大大提高实验精度. 在真空环境做这个实验, 会把陀螺与空气的摩擦力降为 0, 同样也可以提高实验精度. 这里只是提出一个假想中的实验, 是否可行还需要实际的检验.

在暗物质是亚原子尺寸的假设下, 因为暗物质密度较低, 很难检测到高速旋转的超导体引发的引力效应. 即使有引力效应, 失去的质量非常小. 只有旋转的物体足够大, 转速足够高, 旋转阻力足够小, 旋转的物体引发的质量损失效应才能被检测出来.

14 仙女座星系-银河系的碰撞

我们所在的银河系大约在 45 亿年后与仙女座星系发生碰撞, 合并成一个更大的星系.(仙女座星系-银河系的碰撞可参考 ⁸⁷)

假设银河系和仙女座星系的物质与暗物质晕都是球形对称的. 如果两个星系空间运动矢量所在的两条空间直线最短距离大于两个星系暗物质晕半径之和, 那么二者之间的重力合力等于 0. 在这种情况下, 银河系与仙女座星系不会碰撞. 假如两个星系空间运动矢量所在的两条空间直线最短距离接近小于两个星系暗物质晕半径之和, 可能两个星系被撕裂一部分继续远离, 也有可能发生碰撞. 银河系和仙女座星系都是螺旋星系, 螺旋星系的物质是圆盘形状, 暗物质晕是飞碟形状. 二者相撞的对应的运动速度矢量边界距离, 可能会大于或者小于二者的暗物质晕最大半径之和.

既然银河系与仙女座星系只要距离足够远, 它们就不会相互吸引, 为什么我们银河系朝着巨引源和沙普利超星系团的方向移动呢? 合理的解释是, 巨引源和沙普利超星系团包含的物质质量相当大, 它们的暗物质晕边界超过了仙女座星系和银河系的空间位置. 以巨引源为中心的拉尼亚凯亚超星系团内包含约 10 万个星系, 范围达到约 5.2 亿光年.⁸⁴ 在这种情况下巨引源和沙普利超星系团与银河系的重力合力大于 0, 而且是引力, 指向巨引源和沙普利超星系团的中心区域附近. 在合力作用下, 银河系加速向这个中心区域运动.

15 理想宇宙膨胀模型

下面提出的宇宙概念包含一些假说.

可观测宇宙: 目前天文望远镜能观测的最大距离为边缘包含的所有天体. 可观测宇宙内部, 星系与星系之间的距离随着时间流逝而增加.

球状膨胀宇宙: 可观测宇宙是球状膨胀宇宙的一部分. 球状膨胀宇宙中的星系与星系之间的距离随着时间流逝而增加. 球状膨胀宇宙的边缘外部没有天体.

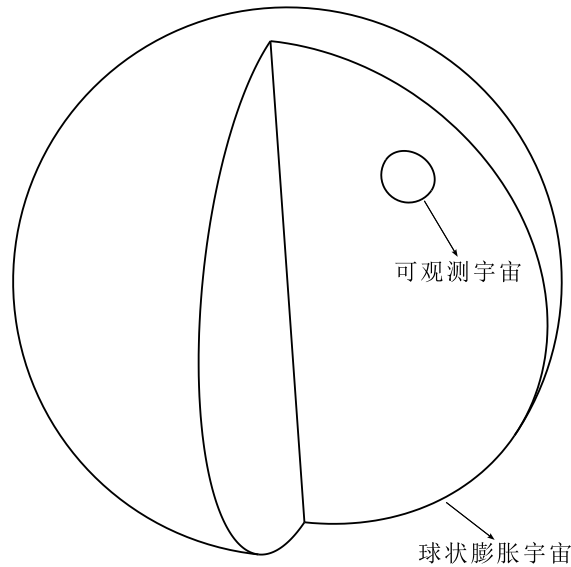


图 49 球状膨胀宇宙与可观测宇宙示意图

Figure 49 Schematic diagram of the spherical expanding universe and the observable universe

下面开始对球状膨胀宇宙作动力学分析. 把球状膨胀宇宙视作一个均匀的球体 B, 半径为 R . 每一个星系视作一个点, 球体内部视作暗物质和物质均匀分布. 以球状膨胀宇宙边缘一点 C 作为分析对象. C 的加速度为 a , 质量为 m , C 受到 B 的重力为 F , 根据牛顿第二运动定律有

$$a = \frac{F}{m} \quad (15 - 1)$$

B 的总质量为 M , 根据万有引力定律

$$F = \frac{GMm}{R^2} \quad (15 - 2)$$

假设 B 和 C 都含有相同比例的物质暗物质, 物质质量和暗物质质量的单位分别是 c 类实数和 c 类虚数, 下标 m 表示物质, 下标 d 表示暗物质, 对于 B 和 C 的质量有关系式

$$M = M_m k + M_d i \quad (15 - 3)$$

$$m = m_m k + m_d i \quad (15 - 4)$$

$$M_d = k_d M_m \quad (15 - 5)$$

$$m_d = k_d m_m \quad (15 - 6)$$

把 15 - 2、15 - 3、15 - 4、15 - 5、15 - 6 代入 15 - 1 式

$$a = \frac{G}{R^2} \frac{(M_m k + k_d M_m i)(m_m k + k_d m_m i)}{m_m k + k_d m_m i} \quad (15 - 7)$$

上式右边后面一个分式的分母作恒定变换

$$(M_m k + k_d M_m i)(m_m k + k_d m_m i) = (k^2 + 2ikk_d + i^2 k_d^2) M_m m_m \quad (15 - 8)$$

对于 c 类复数单位矢量乘法法则有

$$k^2 = k, i^2 = -k, ik = k \quad (15 - 9)$$

15 - 9 式代入 15 - 8 式右边第一个因式

$$k^2 + 2ikk_d + i^2 k_d^2 = (1 + 2k_d - k_d^2)k \quad (15 - 10)$$

代入 15 - 7 式

$$a = \frac{G}{R^2} \frac{(M_m m_m (1 + 2k_d - k_d^2))k}{m_m (k + k_d i)} = \frac{GM_m}{R^2} \frac{(1 + 2k_d - k_d^2)k}{(k + k_d i)} \quad (15 - 11)$$

c 类复数的除法法则有

$$\frac{ak}{ck + di} = \frac{a}{c + d} k \quad (15 - 12)$$

对 15 - 11 式使用上面的除法法则

$$a = \frac{GM_m}{R^2} \frac{1 + 2k_d - k_d^2}{1 + k_d} k \quad (15 - 13)$$

令

$$k_p = \frac{1 + 2k_d - k_d^2}{1 + k_d} \quad (15 - 14)$$

令 $G \rightarrow G \frac{1}{k}$, 可得

$$a = \frac{GM_m}{R^2} k_p \quad (15 - 15)$$

绘制 k_p 的函数图像

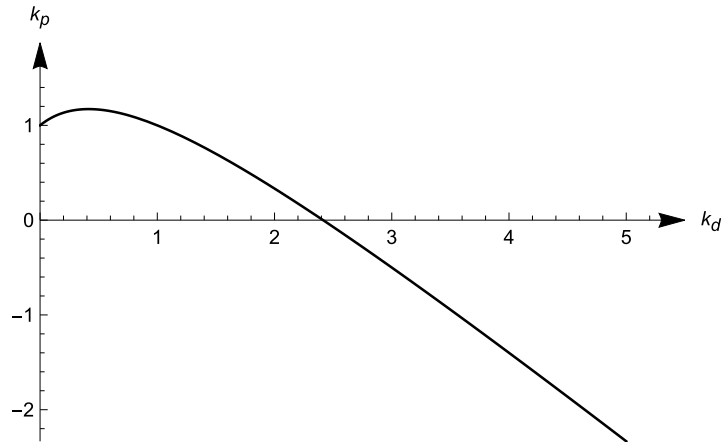


图 50 k_p 的函数图像

Figure 50 Graph of the function of k_p

结合图像, 易得:

当 $0 \leq k_d < 1 + \sqrt{2}$ 时, $a > 0$.

当 $k_d = 1 + \sqrt{2}$ 时, $a = 0$.

当 $k_d > 1 + \sqrt{2}$ 时, $a < 0$.

约定两个物体之间重力是引力时候重力的数值为正, 那么重力为斥力的时候重力数值为负. 分析宇宙膨胀的时候, 加速度按照前面的规定, 符号为负. 为了方便分析, 在另一个体系, 重新规定加速度的正方向.

令

$$a_r = -a \quad (15 - 16)$$

$$k_r = -k_p \quad (15 - 17)$$

代入 15 - 15 式

$$a_r = \frac{GM_m}{R^2} k_r \quad (15 - 18)$$

前面对于 C 的分析, 也可以用于球状膨胀宇宙 B 里面任意一点, 因为根据壳层定理, 均匀对称球体内部的物体不受其外部球壳的重力影响. 在 B 内部一点, 去除球体半径大于该点所在半径的球壳部分, 可以视作剩下的球体对球面任意一点提供全部的重力.

为了简化分析, 提出理想的宇宙膨胀条件.

假设在时刻 $t = 0$ 之前, 球体 B 的暗物质与物质的比例 $k_d = 1 + \sqrt{2}$, 球体 B 的所有点的速度都是 0, 加速度是 0, 位移也是 0, B 内任意一点 C 的半径是 R_0 , 球体 B 的物质密度是 ρ , 球体内部各点处于静止状态. 时刻 $t = 0$ 之后, 球体 B 的暗物质与物质的比例 $k_d > 1 + \sqrt{2}$, 并且 k_d 保持不变, C 点的相对于原来 C 点位置的位移是 $s[t]$, C 点的半径是 R , 球体处于膨胀状态. 以 R 为半径的球体部分物质总质量是 M_m .

根据加速度的定义

$$a_r = s''[t] \quad (15 - 19)$$

由球体体积公式和密度定义

$$M_m = \rho \frac{4}{3} \pi R_0^3 \quad (15 - 20)$$

C 点半径与位移的关系

$$R = R_0 + s[t] \quad (15 - 21)$$

把 15 - 19、15 - 20、15 - 21 代入 15 - 18 式

$$s''[t] = \frac{4G\pi\rho k_r R_0^3}{3(s[t] + R_0)^2} \quad (15 - 22)$$

这是一个一般二阶微分方程, 使用一般的数学软件微分方程求解功能无法求解或者结果比较复杂, 参考 [39], 采取手动积分策略.

根据微积分中导数的定义可得

$$s_0 = s[t] \quad (15 - 23)$$

$$s_1 = s'[t] = \frac{d[s_0]}{d[t]} \quad (15 - 24)$$

$$s_2 = s''[t] = \frac{d[s_1]}{d[t]} = \frac{d\left[\frac{d[s_0]}{d[t]}\right]}{d[t]} = f[s_0] = \frac{4G\pi\rho k_r R_0^3}{3(s[t] + R_0)^2} \quad (15 - 25)$$

上式中 $f[s_0]$ 代表以 s_0 的函数, 注意这是一个临时变量.

由球体膨胀的初始条件可得

$$s_0 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0$$

令

$$u = s_1^2 \quad (15 - 26)$$

微积分链式法则有

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx} \quad (15 - 27)$$

应用上式可得

$$\frac{d[u]}{d[u]} \frac{d[u]}{d[s_1]} = \frac{d[u]}{d[s_1]} \quad (15 - 28)$$

把 15 - 26 式代入上式

$$\frac{d[u]}{d[u]} \frac{d[u]}{d[s_1]} = \frac{d[s_1^2]}{d[s_1]}$$

$$\frac{d[u]}{d[s_1]} = 2s_1$$

恒等变换可得

$$d[s_1] = \frac{d[u]}{2s_1} \quad (15 - 29)$$

15 - 24、15 - 25 式提取部分可得

$$\frac{d[s_1]}{d[t]} = f[s_0] \quad (15 - 30)$$

$$s_1 = \frac{d[s_0]}{d[t]} \quad (15 - 31)$$

联合 15 - 29、15 - 30、15 - 31 式, 可得

$$d[u] = 2f[s_0]d[s_0] \quad (15 - 32)$$

对上式积分, 结果中 c_1 是常数项

$$u = 2 \int f[s_0]d[s_0] + c_1 \quad (15 - 33)$$

把 15 - 26 式代入上式, 并求解 s_1

$$\left\{ \left\{ s_1 \rightarrow -\sqrt{2 \int f[s_0]d[s_0] + c_1} \right\}, \left\{ s_1 \rightarrow \sqrt{2 \int f[s_0]d[s_0] + c_1} \right\} \right\}$$

s_1 存在两个解, 已知 $s_1 \geq 0$, 舍去不复合条件的解可得

$$s_1 = \sqrt{2 \int f[s_0]d[s_0] + c_1} \quad (15 - 34)$$

上式代入 15 - 31 式可得

$$d[t] = \frac{d[s_0]}{\sqrt{2 \int f[s_0]d[s_0] + c_1}} \quad (15 - 35)$$

对上式积分, 结果中 c_2 是常数项

$$t = \int \left(\frac{1}{\sqrt{2 \int f[s_0]d[s_0] + c_1}} \right) d[s_0] + c_2 \quad (15 - 36)$$

15 - 25 式提取部分可得

$$f[s_0] = \frac{4G\pi\rho k_r R_0^3}{3(s[t] + R_0)^2} \quad (15 - 37)$$

令

$$\frac{4}{3}Gk_r\pi\rho = k_c \quad (15 - 38)$$

15 - 37 式变为

$$f[s_0] = \frac{k_c R_0^3}{(s[t] + R_0)^2}$$

把 15 - 23 式代入上式

$$f[s_0] = \frac{k_c R_0^3}{(s_0 + R_0)^2} \quad (15 - 39)$$

15 - 39 式分别代入 15 - 34、15 - 36 式

$$s_1 = \sqrt{2 \int \frac{k_c R_0^3}{(s_0 + R_0)^2} d[s_0] + c_1} = \sqrt{c_1 - \frac{2k_c R_0^3}{R_0 + s_0}}$$

$$t = \int \left(\frac{1}{\sqrt{2 \int \frac{k_c R_0^3}{(s_0 + R_0)^2} d[s_0] + c_1}} \right) d[s_0] + c_2 = \int \left(\frac{1}{\sqrt{c_1 - \frac{2k_c R_0^3}{R_0 + s_0}}} \right) d[s_0] + c_2$$

对上面的等式代入边界条件 $\{s_0 \rightarrow 0, s_1 \rightarrow 0, t \rightarrow 0\}$ 可得

$$c_1 = 2k_c R_0^2$$

$$c_2 = 0$$

c_1 、 c_2 代入前面的等式进一步运算

$$s_1 = \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{R_0 + s_0}} \quad (15 - 40)$$

$$t = \frac{\tanh^{-1} \left[\frac{\sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{R_0 + s_0}}}{\sqrt{2} \sqrt{k_c R_0^2}} \right] k_c R_0^3}{\sqrt{2}(k_c R_0^2)^{3/2}} + \frac{(R_0 + s_0) \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{R_0 + s_0}}}{2k_c R_0^2} \quad (15 - 41)$$

由 15 - 22、15 - 25、15 - 38 式可得

$$s_2 = \frac{k_c R_0^3}{(R_0 + s_0)^2} \quad (15 - 42)$$

下面对上式用另一种方法验证, 以保证手动积分的正确性.

对 15 - 25 式作恒定变换

$$s_2 = \frac{d[s_1]}{d[t]} = \frac{d[s_1]}{d[s_0]} \frac{d[s_0]}{d[t]}$$

15 - 24 式得

$$s_1 = \frac{d[s_0]}{d[t]}$$

上面两式联合可得

$$s_2 = \frac{d[s_1]}{d[s_0]} s_1$$

15 - 40 式代入上式

$$s_2 = \frac{d \left[\sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{R_0 + s_0}} \right]}{d[s_0]} \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{R_0 + s_0}}$$

对上面的微分运算求解、化简可得

$$s_2 = \frac{k_c R_0^3}{(R_0 + s_0)^2}$$

这与 15 - 42 式一致, 不存在矛盾.

前面是用 s_0 、 s_1 、 s_2 分别表示 s 的 0 阶导数、1 阶导数、2 阶导数, 下面更换成运动学常用的符号, 用 s 表示 C 的位移、 v_r 表示 C 的速度、 a_r 表示 C 的加速度.

令 $s = s_0, v_r = s_1, a_r = s_2$, 代入 15 - 40、15 - 41、15 - 42 式. 结果中, 以 s 为自变量可以得到位移、时间、速度、加速度.

$$s = s \quad (15 - 43)$$

$$t = \frac{\tanh^{-1} \left[\frac{\sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}}}{\sqrt{2} \sqrt{k_c R_0^2}} \right] k_c R_0^3}{\sqrt{2} (k_c R_0^2)^{3/2}} + \frac{(s + R_0) \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}}}{2k_c R_0^2} \quad (15 - 44)$$

$$v_r = \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}} \quad (15 - 45)$$

$$a_r = \frac{k_c R_0^3}{(s + R_0)^2} \quad (15 - 46)$$

15 - 44 式中, 等式左边是 t , 右边是关于 s 的复杂函数. 这是一个关于 s 的超越方程, 目前无法得到 s 关于 t 的代数解析式.

15 - 44、15 - 45、15 - 46 式代入常数项 $\{k_c \rightarrow 1, R_0 \rightarrow 1\}$, 得

$$t = \frac{1}{2} (1 + s) \sqrt{2 - \frac{2}{1 + s}} + \frac{\tanh^{-1} \left[\frac{\sqrt{2 - \frac{2}{1 + s}}}{\sqrt{2}} \right]}{\sqrt{2}}$$

$$v_r = \sqrt{2 - \frac{2}{1 + s}}$$

$$a_r = \frac{1}{(1 + s)^2}$$

绘制 s 、 t 、 v_r 、 a_r 的函数图像

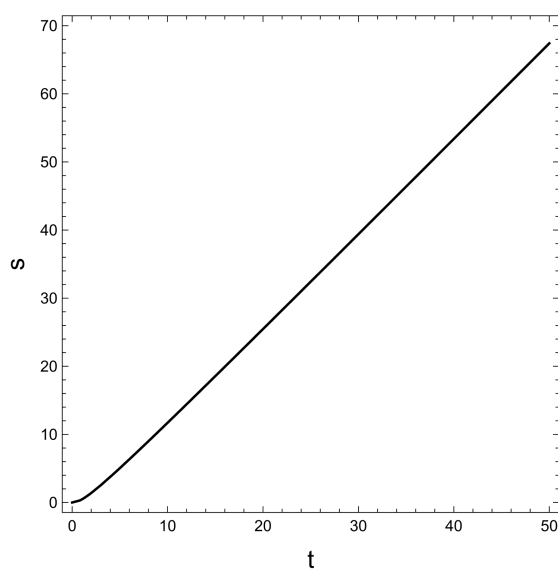


图 51 s 的函数图像

Figure 51 Graph of the function of s

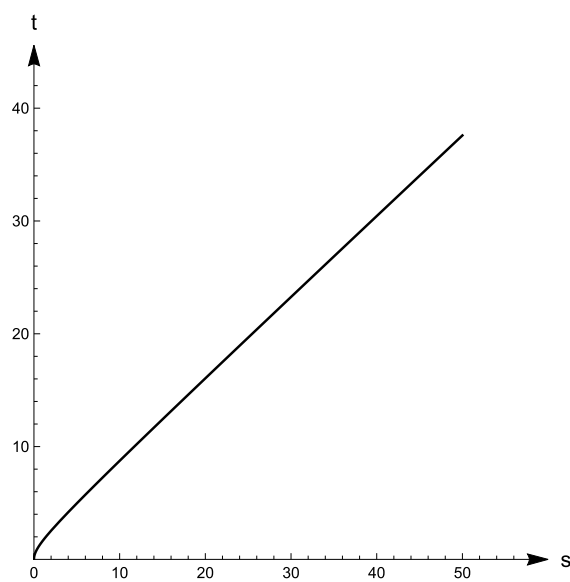


图 52 t 的函数图像

Figure 52 Graph of the function of t

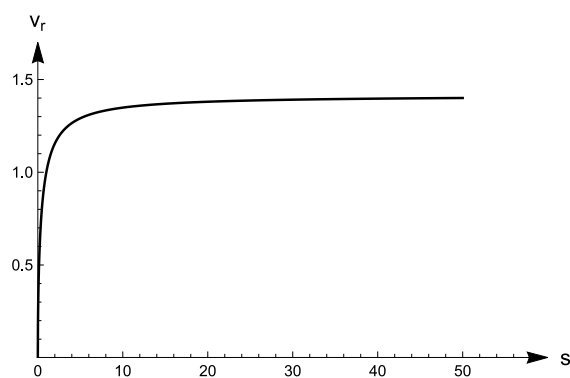


图 53 v_r 的函数图像

Figure 53 Graph of the function of v_r

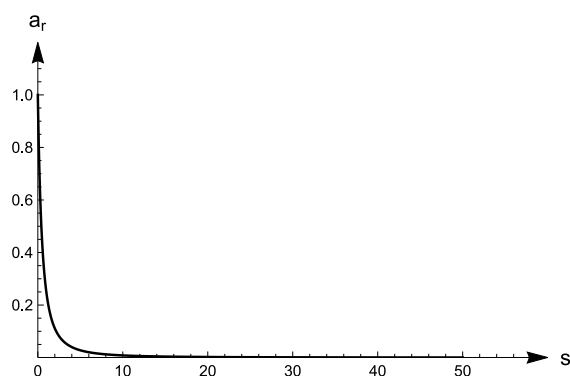


图 54 a_r 的函数图像

Figure 54 Graph of the function of a_r

前面第 9 章分析宇宙学退行速度与距离关系图得出宇宙膨胀基本数学特征:

- 1、宇宙膨胀的速度是正数, 速度随着时间而增大.
- 2、宇宙膨胀的加速度是正数, 加速度随着时间而减小.

上面函数图像刚好满足宇宙膨胀基本数学特征.

在上面的理想宇宙膨胀模型中后期, 速度会无限接近一个常数, 加速度会趋于 0. 假如球状膨胀宇宙的中心相对于以太的速度为 0, 球状膨胀宇宙内任意一点相对于的中心退行速度就是该点相对于以太的速度. 前面提到银河系的宇宙膨胀速度是可以通过宇宙微波背景偶极异向性求出.

如果球状膨胀宇宙是我们宇宙的真实模型, 那么暗能量来自球状膨胀宇宙超过平衡比例的暗物质产生的斥力.

16 球状膨胀宇宙的哈勃定律

通过球状膨胀宇宙的球心一个平面与球体相交产生一个圆截面, 在这个截面取出一个扇形部分, 15 - 45 式中, v_r 是关于 R_0 的单调递增函数, 随着 R_0 的增大, 对应点的膨胀速度变大. 绘制速度空间向量图分布:

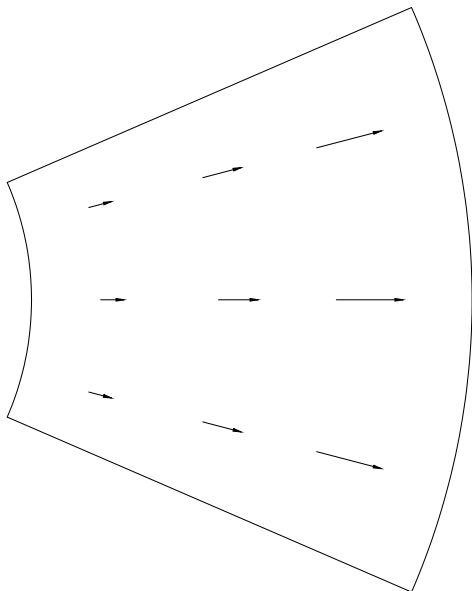


图 55 扇形单元各点速度

Figure 55 Velocity of each point of the fan shape unit

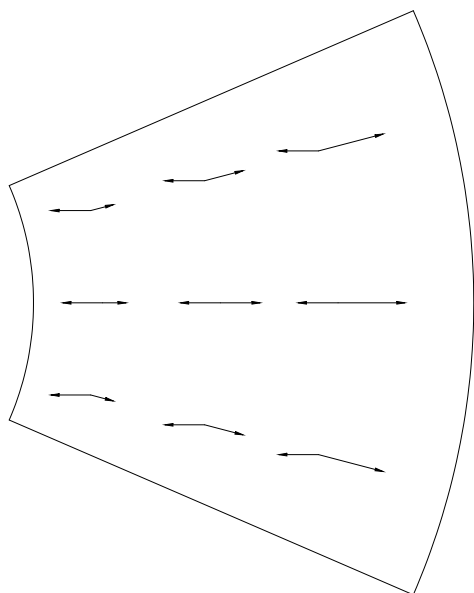


图 56 扇形单元各点速度减去中心速度

Figure 56 The velocity of each point of the fan shape unit minus the center velocity

在上面的右图中, 所有点的速度向量减去扇形中心的速度向量, 相当于加上扇形中心的速度向量的逆向向量. 运用平行四边形法则对各点的两个速度向量进行加法运算, 得到扇形区域各点相对于扇形中心的相对速度.

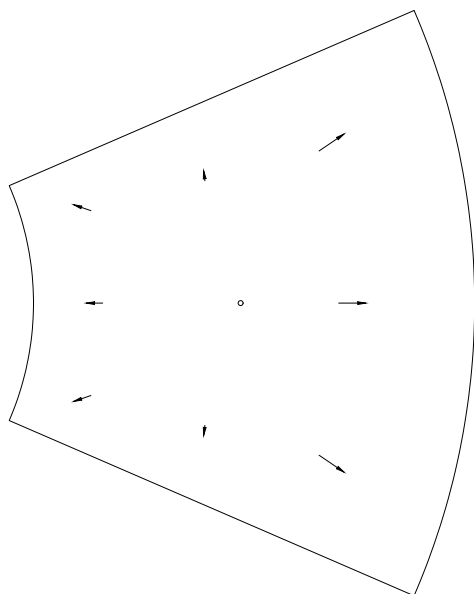


图 57 以扇形中心为参考点, 扇形单元各点相对速度

Figure 57 Use the fan shape centre as a reference point, the relative velocity of each point of the fan shape unit

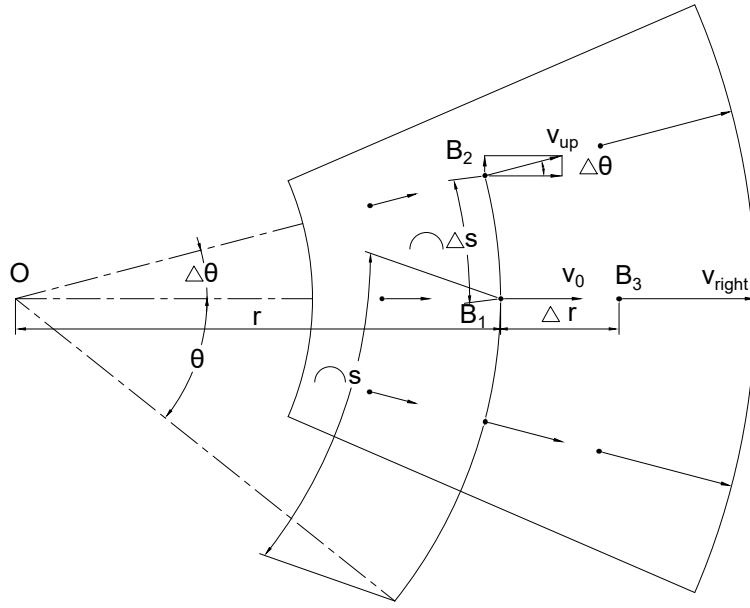


图 58 扇形单元相对速度几何分析

Figure 58 Geometric analysis of relative velocity of each point of the fan shape unit

下面开始对扇形中心周围的速度梯度进行分析. 上面图形中, 约定扇形区域中心点的速度为 v_0 , 由 15 - 45 式可得 v_0 是一个关于 s 的函数, 令

$$v_r = \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}} = f[s] \quad (16 - 1)$$

上式是一个标量, 只给出上图任意一点速度的大小. 在上图的平面中与 OB_1 的夹角是 θ 的半径的方向建立 x 轴, 中心点为原点, y 轴与 x 轴垂直, 在图中的方向是斜向上. 可以得到在上图的二维平面任意一点的速度矢量化后变成 v .

$$v = f[s] \cos[\theta] \hat{x} + f[s] \sin[\theta] \hat{y}, \quad v_x = f[s] \cos[\theta], \quad v_y = f[s] \sin[\theta]$$

上式中 x 轴的单位向量是 $\hat{x}$, y 轴的单位向量是 $\hat{y}$. 令 $\theta = 0$, 对 B_1 点应用上式变为

$$v_0 = f[s] \hat{x} \quad (16 - 2)$$

15 - 21 式代入上式

$$v_0 = f[r - R_0] \hat{x} \quad (16 - 3)$$

令

$$f[r - R_0] = g[r] \quad (16 - 4)$$

联合 15 - 21、15 - 23、16 - 3、16 - 4 式, 可得

$$v_0 = g[r] \hat{x} = g[R_0 + s] \hat{x} \quad (16 - 5)$$

合并可得

$$v_0 = f[s] \hat{x} = f[r - R_0] \hat{x} = g[r] \hat{x} = g[R_0 + s] \hat{x} \quad (16 - 6)$$

球体中心是 O , 扇形中心设为 B_1 点. B_1 的半径大小是 r . 以某一个半径作为角度的参照线, OB_1 与参照线的夹角是 θ , OB_1 向上转过一个角度变化量 $\Delta\theta$, B_1 到达 B_2 点. θ 、 $\Delta\theta$ 对应圆弧弧长分别是 S 、 ΔS . B_1 点沿着 OB_1 向右移动 Δr 的距离, 到达 B_3 点. B_2 点的速度用 v_{up} 表示, B_3 点的速度用 v_{right} 表示.

v_{up} 和 v_0 是两个大小相同, 方向不同的向量, 在前面建立的坐标系下分解速度可得

$$v_{up} = g[r] \cos[\Delta\theta]\hat{x} + g[r] \sin[\Delta\theta]\hat{y} \quad (16 - 7)$$

对 B_3 点应用 16 - 6 式可得

$$v_{right} = g[r + \Delta r]\hat{x} \quad (16 - 8)$$

假设 B_1 点就是我们银河系、并假设可观测宇宙远远小于球状膨胀宇宙尺寸。我们观测到的宇宙边缘围成的可观测宇宙只是 B_1 附近一个小小的球体。这个时候图中扇形会无限接近于一个长方形。上下直线边和两边圆弧变成长方形的四个边。求 B_1 点附近的垂直方向和水平方向的速度梯度相当于求解在 B_1 点, 关于过 B_1 点圆弧弧长方向的速度梯度和关于过 B_1 点的半径方向的速度梯度。

速度关于时间的导数是加速度, 速度关于空间一个维度的导数叫速度的梯度。

由弧长与圆弧角度的几何关系可得

$$\Delta S = r\Delta\theta \quad (16 - 9)$$

B_1 的半径方向速度的梯度

$$\frac{d[v_x]}{d[r]} = \frac{v_{right} - v_0}{\Delta r} = \frac{g[r + \Delta r]\hat{x} - g[r]\hat{x}}{\Delta r} = g'[r]\hat{x} \quad (16 - 10)$$

整理去除单位向量可得

$$\frac{d[v_x]}{d[r]} = g'[r] \quad (16 - 11)$$

B_1 的弧长方向速度的梯度

$$\begin{aligned} \frac{d[v_y]}{d[S]} &= \frac{v_{up} - v_0}{\Delta S} = \frac{g[r] \cos[\Delta\theta]\hat{x} + g[r] \sin[\Delta\theta]\hat{y} - g[r]\hat{x}}{r\Delta\theta} \\ &= \frac{1}{r}g[r] \frac{(\cos[\Delta\theta] - 1)}{\Delta\theta} \hat{x} + \frac{1}{r}g[r] \frac{\sin[\Delta\theta]}{\Delta\theta} \hat{y} \end{aligned} \quad (16 - 12)$$

上式等式右边是一个矢量, 在笛卡尔坐标系中表达为 x 轴方向的分量和 y 轴方向的分量之和。应用勾股定理, 求这个矢量的大小。同时更改 $\frac{d[v_y]}{d[S]}$ 的定义, 上式中的含义是矢量, 下面改成标量。

$$\begin{aligned} \frac{d[v_y]}{d[S]} &= \sqrt{\left(\frac{1}{r}g[r] \frac{(\cos[\Delta\theta] - 1)}{\Delta\theta}\right)^2 + \left(\frac{1}{r}g[r] \frac{\sin[\Delta\theta]}{\Delta\theta}\right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{2 - 2\cos[\Delta\theta]}g[r]}{r\Delta\theta} \end{aligned} \quad (16 - 13)$$

当 B_2 点无限接近 B_1 点时

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2 - 2\cos[\Delta\theta]}}{\Delta\theta} = 1 \quad (16 - 14)$$

联合 16 - 13、16 - 14 式可得

$$\frac{d[v_y]}{d[S]} = \frac{g[r]}{r} \quad (16 - 15)$$

垂直于前面分析的扇形所在平面, 过球状膨胀宇宙的球心作一平面, 同样可以获得一个圆形截面, 运用与前面相似的分析, 可以得到, 任意过 O 点和 B_1 点的截面与球体产生的圆弧方向速度的梯度都是一样的。

选取过 O 点和 B_1 点的两个夹角为 90° 的平面, 两个平面与球体相交产生两个圆, 两个圆的圆弧过 B_1 点的有两个切线。这两个切线与直线 OB_1 构成三个互相垂直的直线, 构建一个坐标系 $Ccs1$ 。 B_1 点附近, 前面提到的第一个圆弧用 S_1 表示, 第二个圆弧用 S_2 表示。

可得在 $Ccs1$ 三维坐标系中

$$\frac{d[v_x]}{d[r]} = g'[r], \frac{d[v_y]}{d[S_1]} = \frac{g[r]}{r}, \frac{d[v_z]}{d[S_2]} = \frac{g[r]}{r} \quad (16 - 16)$$

由 16 - 6 式可得

$$f[s] = g[r] \quad (16 - 17)$$

由 15 - 21 式可得

$$r = R_0 + s \quad (16 - 18)$$

16 - 17、16 - 18 式使用微积分链式法则, 前面有类似的计算场景, 这里不展示详细计算过程, 直接给出结果

$$g'[r] = f'[s] \quad (16 - 19)$$

$$d[r] = d[s] \quad (16 - 20)$$

把 16 - 17、16 - 18、16 - 19、16 - 20 式代入 16 - 16 式, 可得

$$\frac{d[v_x]}{d[r]} = f'[s], \frac{d[v_y]}{d[S_1]} = \frac{f[s]}{s + R_0}, \frac{d[v_z]}{d[S_2]} = \frac{f[s]}{s + R_0} \quad (16 - 21)$$

用 A_{up} 表示球面上圆弧方向速度的梯度, A_{right} 表示半径方向速度的梯度

$$A_{up} = \frac{d[v_y]}{d[S_1]} = \frac{d[v_z]}{d[S_2]}, A_{right} = \frac{d[v_x]}{d[r]} \quad (16 - 22)$$

可得 Ccs1 三维坐标系三个两两垂直方向的速度的梯度

$$(A_{right}, A_{up}, A_{up}) = \left(f'[s], \frac{f[s]}{s + R_0}, \frac{f[s]}{s + R_0} \right) \quad (16 - 23)$$

由 16 - 1 式可得

$$f[s] = \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}} \quad (16 - 24)$$

把 16 - 24 式代入 16 - 23 式

$$(A_{right}, A_{up}, A_{up}) = \left(\frac{k_c R_0^3}{(s + R_0)^2 \sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}}}, \frac{\sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}}}{s + R_0}, \frac{\sqrt{2k_c R_0^2 - \frac{2k_c R_0^3}{s + R_0}}}{s + R_0} \right) \quad (16 - 25)$$

前面得到如下相关等式

$$\frac{4}{3} G k_r \pi \rho = k_c \quad (15 - 38)$$

$$k_r = -k_p \quad (15 - 17)$$

$$k_p = \frac{1 + 2k_d - k_d^2}{1 + k_d} \quad (15 - 14)$$

把 15 - 38、15 - 17、15 - 17 式代入 16 - 25 式

$$A_{up} = \frac{\sqrt{-\frac{8G\pi\rho(1 + 2k_d - k_d^2)R_0^2}{3(1 + k_d)} + \frac{8G\pi\rho(1 + 2k_d - k_d^2)R_0^3}{3(1 + k_d)(s + R_0)}}}{s + R_0} \quad (16 - 26)$$

$$A_{\text{right}} = - \frac{4G\pi\rho(1+2k_d-k_d^2)R_0^3}{3(1+k_d)(s+R_0)^2 \sqrt{-\frac{8G\pi\rho(1+2k_d-k_d^2)R_0^2}{3(1+k_d)} + \frac{8G\pi\rho(1+2k_d-k_d^2)R_0^3}{3(1+k_d)(s+R_0)}}} \quad (16 - 27)$$

设原来球状膨胀宇宙的半径是 1, 选取适当常数值代入 16 - 26、16 - 27 式. 分三次代入, 每次选取不同的 s , 并绘制函数图像

$\{A_{\text{up}}, A_{\text{right}}\} / \{G \rightarrow 1, \rho \rightarrow 1, k_d \rightarrow 3, s \rightarrow 0.1\}$
$\left\{ \frac{\sqrt{\frac{4\pi R_0^2}{3} - \frac{4\pi R_0^3}{3(0.1+R_0)}}}{0.1+R_0}, \frac{2\pi R_0^3}{3(0.1+R_0)^2 \sqrt{\frac{4\pi R_0^2}{3} - \frac{4\pi R_0^3}{3(0.1+R_0)}}} \right\}$

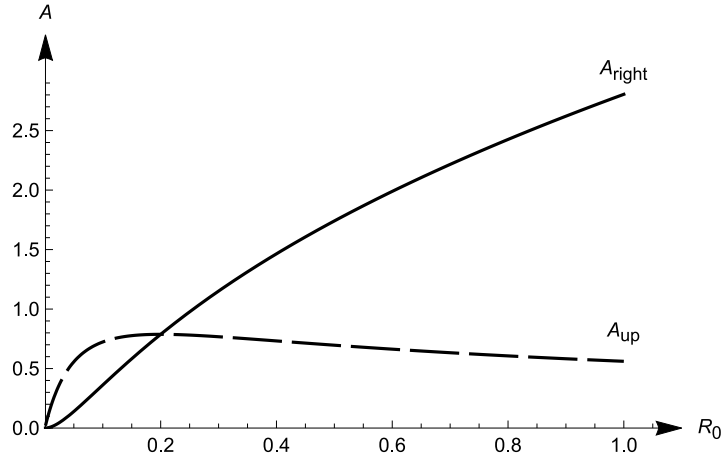


图 59 $s = 0.1$ 时 $A_{\text{up}}, A_{\text{right}}$ 的函数图像

Figure 59 Graph of the function of $A_{\text{up}}, A_{\text{right}}$ when $s = 0.1$

$\{A_{\text{up}}, A_{\text{right}}\} / \{G \rightarrow 1, \rho \rightarrow 1, k_d \rightarrow 3, s \rightarrow 0.4\}$
$\left\{ \frac{\sqrt{\frac{4\pi R_0^2}{3} - \frac{4\pi R_0^3}{3(0.4+R_0)}}}{0.4+R_0}, \frac{2\pi R_0^3}{3(0.4+R_0)^2 \sqrt{\frac{4\pi R_0^2}{3} - \frac{4\pi R_0^3}{3(0.4+R_0)}}} \right\}$

$\{A_{\text{up}}, A_{\text{right}}\} / \{G \rightarrow 1, \rho \rightarrow 1, k_d \rightarrow 3, s \rightarrow 1\}$
$\left\{ \frac{\sqrt{\frac{4\pi R_0^2}{3} - \frac{4\pi R_0^3}{3(1+R_0)}}}{1+R_0}, \frac{2\pi R_0^3}{3(1+R_0)^2 \sqrt{\frac{4\pi R_0^2}{3} - \frac{4\pi R_0^3}{3(1+R_0)}}} \right\}$

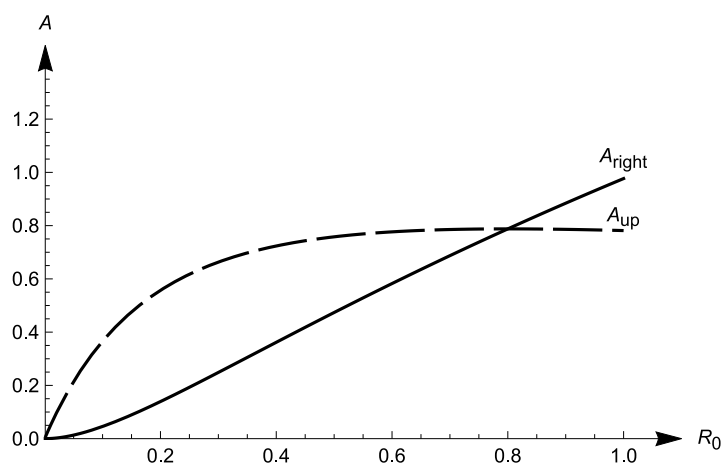


图 60 $s = 0.4$ 时 A_{up}, A_{right} 的函数图像

Figure 60 Graph of the function of A_{up}, A_{right} when $s = 0.4$

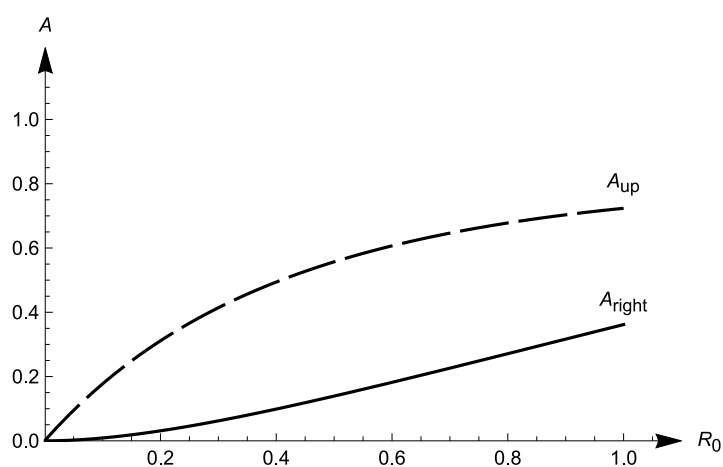


图 61 $s = 1$ 时 A_{up}, A_{right} 的函数图像

Figure 61 Graph of the function of A_{up}, A_{right} when $s = 1$

观察图像, 得出结论: 在球状膨胀宇宙各点的切向速度的梯度和径向速度的梯度一般是不相等的. 随着球状膨胀宇宙球面各点相对位移的增大, 也就是在球状膨胀宇宙不同的膨胀时期, 球体内部同一动点的切向速度的梯度和径向速度的梯度二者的大小关系也会变化. 在切向速度的梯度和径向速度的梯度的基础上, 下面分析球状膨胀宇宙内部任意动点的三维空间宇宙动点速度的梯度.

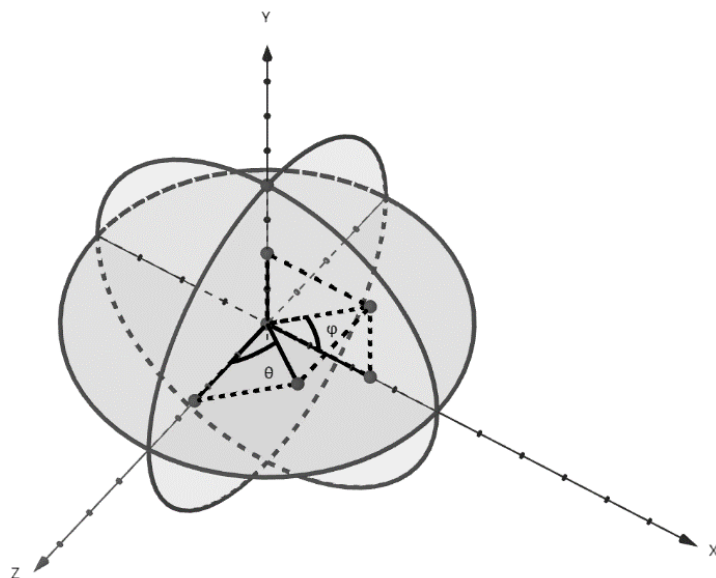


图 62 球面坐标系中球面上一点的极角 θ 与方位角 φ

Figure 62 Polar angle θ and azimuth angle φ of a point on the sphere in the spherical coordinate system

上图中有三个两两互相垂直的圆环面, 圆环面的边缘三个圆环表示一个球面. 该球面表示以球状膨胀宇宙内部任意动点为球心, $d[R_L]$ 半径的一个球面. $d[R_L]$ 表示 R_L 的无穷小量. 以动点为中心, 与该动点相距 R_L 所有天体位于以动点为中心, R_L 为半径的球面上. 假设可观测宇宙尺寸相对于球状膨胀宇宙尺寸非常小, 那么同一时间该动点周围的三维空间宇宙动点速度的梯度近似不变. 此时, 如果把星系视作一个点, 这个点就是上图中的球心, 在星系点附近一点相对该星系点的三维空间宇宙动点速度的梯度和 100 光年外的一点相对于该星系点的三维空间宇宙动点速度的梯度相等. 这里假设哈勃常数全部来自多普勒效应, 哈勃常数中非多普勒效应的部分暂不考虑. 在这样的假设前提下, 三维空间宇宙动点速度的梯度对应于天文学的哈勃常数, 不同的是哈勃常数定义的是标量, 这里三维空间宇宙动点速度的梯度定义的是向量. $d[R_L]$ 趋于 0 时得出的三维空间宇宙动点速度的梯度向量极限就是星系点的向量化的哈勃常数.

$$H_0 (r \rightarrow R_L) = H_0 (r \rightarrow 0 + d[R_L]) \quad (16 - 28)$$

在上图的球坐标系中, $d[r]$ 、 $d[S_1]$ 、 $d[S_2]$ 分别是 $d[R_L]$ 在 x 、 y 、 z 轴方向上的投影

$$d[r] = d[R_L] \cos[\theta] \quad (16 - 29)$$

$$d[S_1] = d[R_L] \sin[\theta] \cos[\varphi] \quad (16 - 30)$$

$$d[S_2] = d[R_L] \sin[\theta] \sin[\varphi] \quad (16 - 31)$$

三维空间宇宙动点速度的梯度在 x 、 y 、 z 轴方向的分量

$$A_x = \frac{d[v_x]}{d[R_L]} \quad (16 - 32)$$

$$A_y = \frac{d[v_y]}{d[R_L]} \quad (16 - 33)$$

$$A_z = \frac{d[v_z]}{d[R_L]} \quad (16 - 34)$$

注意, 上面的三个公式的 $d[R_L]$ 是三个不同方向上的.

把 16 - 29 式代入 16 - 32 式, 16 - 30 式代入 16 - 33 式, 16 - 31 式代入 16 - 34 式; 同时代入 16 - 22 式

$$A_x = \frac{d[v_x]}{d[r]} \cos[\theta] = A_{\text{right}} \cos[\theta]$$

$$A_y = \frac{d[v_y]}{d[S_1]} \sin[\theta] \cos[\varphi] = A_{\text{up}} \sin[\theta] \cos[\varphi]$$

$$A_z = \frac{d[v_z]}{d[S_2]} \sin[\theta] \sin[\varphi] = A_{\text{up}} \sin[\theta] \sin[\varphi]$$

整理得

$$A_x = A_{\text{right}} \cos[\theta] \quad (16 - 35)$$

$$A_y = A_{\text{up}} \sin[\theta] \cos[\varphi] \quad (16 - 36)$$

$$A_z = A_{\text{up}} \sin[\theta] \sin[\varphi] \quad (16 - 37)$$

三维空间宇宙动点速度的梯度 A_{xyz} 可以用三个坐标表示, $A_{xyz} = (A_x, A_y, A_z)$. 三个坐标代入 16 - 35、16 - 36、16 - 37 式

$$A_{xyz} = (A_{\text{right}} \cos[\theta], A_{\text{up}} \sin[\theta] \cos[\varphi], A_{\text{up}} \sin[\theta] \sin[\varphi]) \quad (16 - 38)$$

绘制 A_{xyz} 在不同情况下的图像

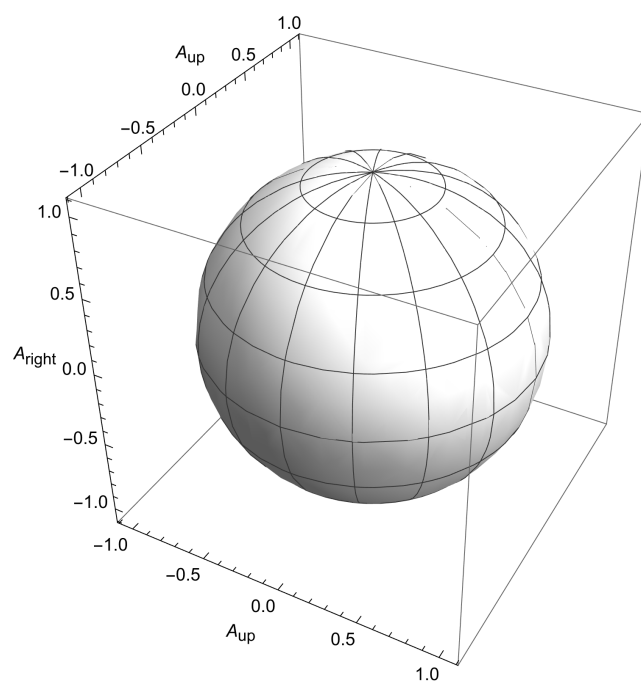


图 63 $A_{up} = A_{right}$ 时 A_{xyz} 的图像

Figure 63 Graph of the function of A_{xyz} when $A_{up} = A_{right}$

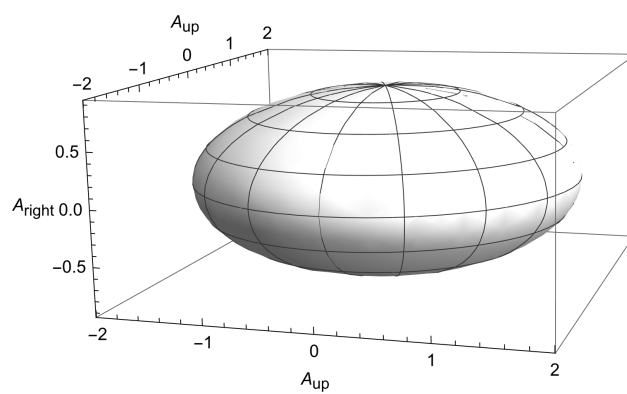


图 64 $A_{up} > A_{right}$ 时 A_{xyz} 的图像

Figure 64 Graph of the function of A_{xyz} when $A_{up} > A_{right}$

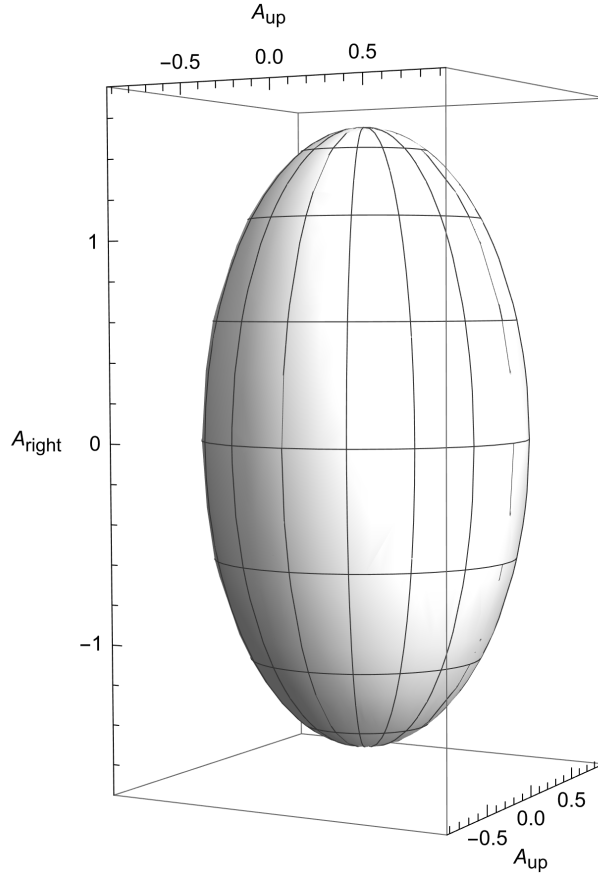


图 65 $A_{up} < A_{right}$ 时 A_{xyz} 的图像

Figure 65 Graph of the function of A_{xyz} when $A_{up} < A_{right}$

三维空间宇宙动点速度的梯度 A_{xyz} 是一个向量, 这个向量的大小

$$\|A_{xyz}\| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad (16 - 39)$$

上式代入 16 - 35、16 - 36、16 - 37 式

$$\|A_{xyz}\| = \sqrt{(\cos[\theta])^2 A_{right}^2 + (\sin[\theta])^2 A_{up}^2} \quad (16 - 40)$$

求解三维空间宇宙动点速度的梯度平均大小

$$\begin{aligned} \text{Integrate}_V [\|A_{xyz}\|] &= \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{2\pi} \sqrt{(\cos[\theta])^2 A_{right}^2 + (\sin[\theta])^2 A_{up}^2} d[\varphi] \right) d[\theta] \\ &= 4\pi \left(E \left[1 - \frac{A_{up}^2}{A_{right}^2} \right] A_{right} + E \left[1 - \frac{A_{right}^2}{A_{up}^2} \right] A_{up} \right) \end{aligned} \quad (16 - 41)$$

$$\text{Integrate}_V [1] = \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{2\pi} 1 d[\theta] \right) d[\varphi] = 4\pi^2 \quad (16 - 42)$$

$$\overline{\|A_{xyz}\|} = \frac{\text{Integrate}_V [\|A_{xyz}\|]}{\text{Integrate}_V [1]} \quad (16 - 43)$$

$$\overline{\|A_{xyz}\|} = \frac{E \left[1 - \frac{A_{up}^2}{A_{right}^2} \right] A_{right} + E \left[1 - \frac{A_{right}^2}{A_{up}^2} \right] A_{up}}{\pi} \quad (16 - 44)$$

结果中包含第二类完全椭圆积分. 特别的, 当 $A_{right} = A_{up} = A_{all}$ 时, $\overline{\|A_{xyz}\|} = A_{all}$.

在第 9 章给出哈勃定律公式

$$v = H_0 D \quad (9 - 5)$$

上式变换成微分形式

$$H_0 = \frac{d[v]}{d[D]} \quad (16 - 45)$$

比较三维空间宇宙动点速度的梯度和哈勃常数的微分定义, 假如哈勃常数全部来自多普勒效应, 可得

$$\|A_{xyz}\| = H_0 \quad (16 - 46)$$

向量化的三维空间宇宙动点速度的梯度是一个椭球体, 在不同的情况下分别是扁椭球体、长椭球体和球体. 联想到宇宙微波背景辐射图像也是一个球面图, 下面尝试发现宇宙微波背景辐射图与球状膨胀宇宙的关联.

普朗克卫星 (Planck) 的前身 NASA 的威尔金森微波各向异性探测器 (WMAP) 所暗示的两个 CMB 异常特征在新的高精度数据中得到了证实. 一个是天空中两个半球的平均温度的不对称性 (用弧线表示), 黄道南半球的平均温度略高, 黄道北半球的平均温度略低. 这与标准模型所做的预测相反, 即宇宙在我们看的任何方向都应该大体相似的. 还有一个冷点延伸到一片天空上, 比预期的要大得多 (图中已经圈出).⁸⁸

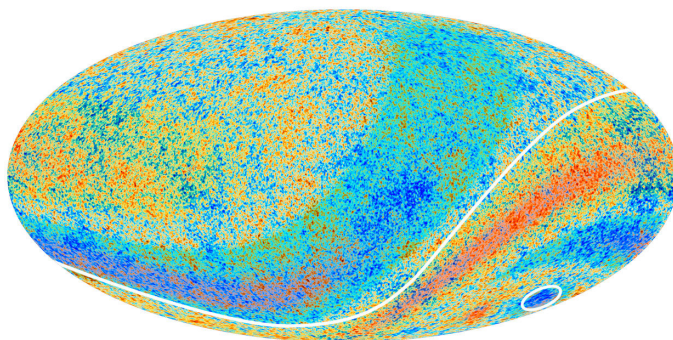


图 66 普朗克卫星图像异常增强图 来源:⁸⁸

Figure 66 Planck enhanced anomalies Source: ⁸⁸

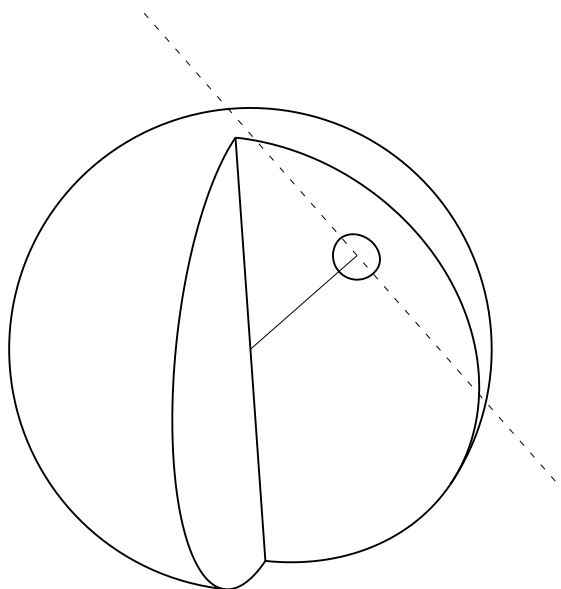


图 67 可观测宇宙的半球不对称特征

Figure 67 The hemispheric asymmetry of the observable universe

微波背景辐射黄道南半球和北半球的差异可以用可观测宇宙在球状膨胀宇宙的半球不对称解释. 上图中可观测宇宙沿着细线方向外移动, 虚线左侧的以太远离可观测宇宙, 虚线右侧的天体靠近可观测宇宙, 虚线上的可观测宇宙附近的以太与可观测宇宙相对静止. 根据多普勒效应, 电磁辐射源远离我们的时候出现红移、频率降低、温度降低, 电磁辐射源靠近我们的时候出现蓝移、频率升高、温度上升. 如果上述因素是 CMB 异常特征的真正

原因, 那么宇宙微波背景辐射图的冷点对应于球状膨胀宇宙的中心, 热点对应于可观测宇宙整体移动的终点, 冷点到热点的连线是可观测宇宙整体移动方向, 这条连线通过球状膨胀宇宙的球心.

天文学上测量太阳系以外天体的长度单位常用秒差距 (parsec, pc) 和光年 (light-year). 1 秒差距约为 3.26 光年, 光年指光在真空中一年时间内传播的距离. 前面提到银河系所在的拉尼亚凯亚超星系团范围达到约 5.2 亿光年. 在广义相对论中, 引力波以光速传播. 相应的引力的改变不是瞬时超距作用, 而是以光速的速度改变的. 球状膨胀宇宙的尺寸在增大过程中, 球状膨胀宇宙各点对某一动点的产生的重力因为光速的延迟, 不是同步改变的. 以球状膨胀宇宙边缘一点为观测点, 在这个位置看到的球状膨胀宇宙并不是球形, 而是变形的球形. 因为光传播速度与引力传播速度相同, 球状膨胀宇宙这个动态变大的球体中, 各个动点产生引力到达球状膨胀宇宙边缘一个固定动点, 等价于在这个固定动点观测到的变形的球形瞬时产生的引力. 下面求解这个变形的球体形状.

约定球状膨胀宇宙边缘一个固定动点 a, 在 t_0 时刻这个点的位置是 A_0 , 在 t_1 时刻是 A. 球状膨胀宇宙边缘另一个任意固定动点 b, 在 t_0 时刻这个点的位置是 B. $t_1 - t_0 = t$, 动点 a 从 A_0 移动到 A 花费的时间是 t , t_1 时刻动点 b 在 B 点发出的光刚好到达 A 点, O 是球状膨胀宇宙的中心, 在 t_0 时刻球状膨胀宇宙的半径是 R_0 , 在 t_1 时刻球状膨胀宇宙的半径是 R_t , 假设这段时间内, 球状膨胀宇宙边缘的膨胀速度不变, 大小是 v .

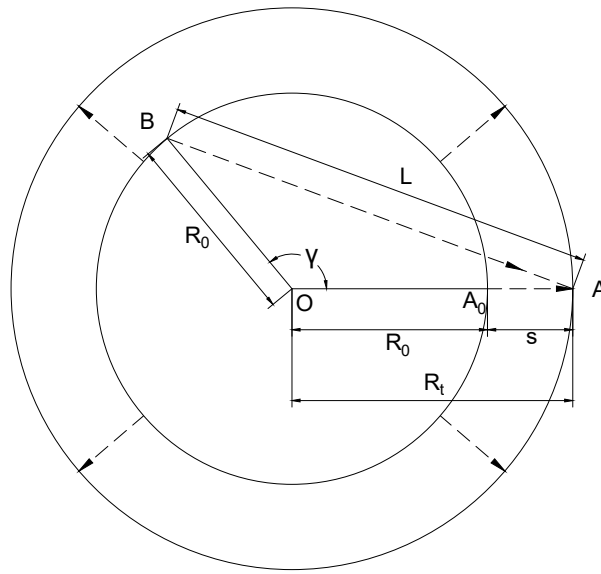


图 68 球状膨胀宇宙边缘上, 来自不同位置动点的光线到达固定动点这个过程的几何分析

Figure 68 Geometric analysis of the process of light from moving points at different positions reaching a fixed moving point on the edge of the spherically expanding universe

应用余弦定理得

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 OA OB \cos[\gamma] \quad (16 - 47)$$

图形中有几何关系

$$AB = ct, OA = R_0 + vt, OB = R_0 \quad (16 - 48)$$

$$R_t = R_0 + vt \quad (16 - 49)$$

联合 16 - 47、16 - 48、16 - 49 式可得 R_0 与 R_t 的关系

$$R_0 = \frac{(c^2 - v(v \cos[\gamma] + \sqrt{(1 - \cos[\gamma])(2c^2 - v^2 - v^2 \cos[\gamma])}))R_t}{(c - v)(c + v)} \quad (16 - 50)$$

以光速为参考标准, 改写球状膨胀宇宙边缘的膨胀速度

$$v = k_v c \quad (16 - 51)$$

把 16 - 51 代入 16 - 50 式

$$R_0 = \frac{(1 - k_v(\cos[\gamma]k_v + \sqrt{(1 - \cos[\gamma])(2 - (1 + \cos[\gamma])k_v^2)}))R_t}{1 - k_v^2} \quad (16 - 52)$$

已知 R_t 对应于球状膨胀宇宙的边缘半径, R_0 对应于 A 点观测到的球状膨胀宇宙的边缘任意一点的半径. 上式可以求得球状膨胀宇宙的实际形状和在 A 点观测到的变形的形状. 同时这个变形的宇宙对 A 点产生的瞬时超距重力等价于实际球状膨胀宇宙对 A 点产生的重力. 绘制 R_0 与 R_t 的几何关系:

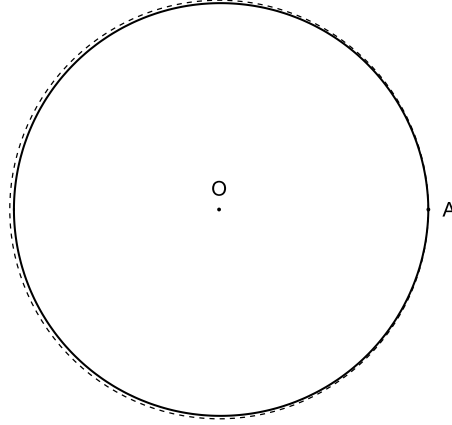


图 69 $k_v = 0.01$ 时 R_0 与 R_t 的几何关系

Figure 69 The geometric relationship between R_0 and R_t when $k_v = 0.01$

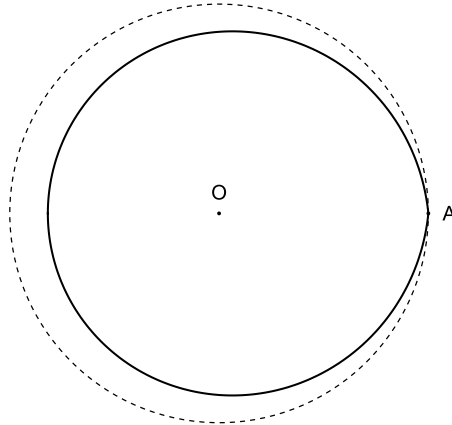


图 70 $k_v = 0.1$ 时 R_0 与 R_t 的几何关系

Figure 70 The geometric relationship between R_0 and R_t when $k_v = 0.1$

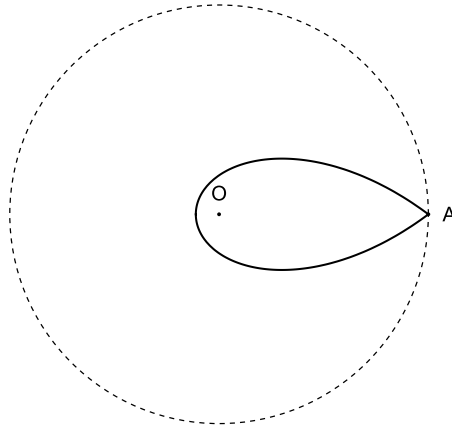


图 71 $k_v = 0.8$ 时 R_0 与 R_t 的几何关系

Figure 71 The geometric relationship between R_0 and R_t when $k_v = 0.8$

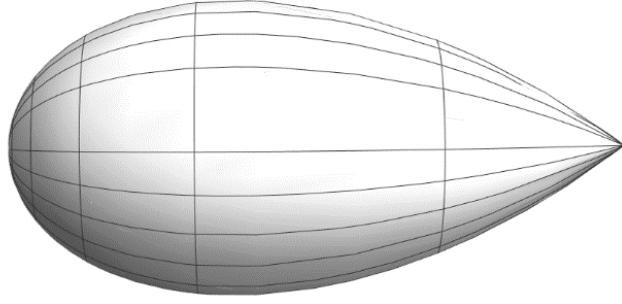


图 72 $k_v = 0.8$ 时 R_t 的立体图

Figure 72 Stereoscopic view of R_t when $k_v = 0.8$

前面分析球状膨胀宇宙的动力学分析基于重力瞬时超距作用的假设, 下面开始考虑因引力传播的光速极限带来的误差.

假设球状膨胀宇宙初始半径是 1, 选取参数 $\{k_c \rightarrow 1, s \rightarrow 0.5\}$ 代入 15 - 45 式并绘图, 这个时候球状膨胀宇宙外部半径涨到 1.5 倍.

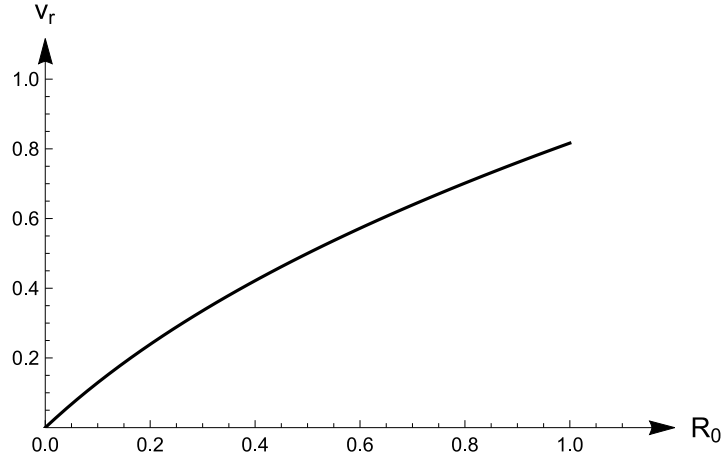


图 73 v_r 的函数图像

Figure 73 Graph of the function of v_r

假设上图的半径与球状膨胀宇宙各点的宇宙膨胀速度与真实情况存在相似的地方, 银河系所在的球状膨胀宇宙位置初始半径在 0~1 区间是等概率分布的, 相应的银河系的所在点的宇宙膨胀速度对应于图中每一点在横轴方向尺寸上是等概率分布的. v_r 变化范围为 0~0.816, 上面的图像接近一条直线, 可得银河系的所在点的宇宙膨胀速度在 0~0.816 区间近似等概率分布, 这里为了简化运算, 视作等概率分布. 设 v_r 的最大值是 v_{rmax} , 银河系所在点的宇宙膨胀速度是 v_{rGC} , 事件概率函数是 P .

易得

$$P\left[\frac{v_{rGC}}{v_{rmax}} > 10\right] = 0.1, P\left[\frac{v_{rGC}}{v_{rmax}} \leq 10\right] = 0.9$$

$$P\left[\frac{v_{rGC}}{v_{rmax}} > 100\right] = 0.01, P\left[\frac{v_{rGC}}{v_{rmax}} \leq 100\right] = 0.99$$

$$P\left[\frac{v_{rGC}}{v_{rmax}} > 1000\right] = 0.001, P\left[\frac{v_{rGC}}{v_{rmax}} \leq 1000\right] = 0.999$$

排除小概率事件, 球状膨胀宇宙边缘一点的宇宙膨胀速度与银河系所在点的宇宙膨胀速度数量级相近. 银河系在宇宙中的速度约为 565 ± 5 km/s, 这个速度包含银河系所在点的宇宙膨胀速度, 后者的数量级小于或等于前者的数量级. 进而得到, 银河系所在点的宇宙膨胀速度远小于光速, $k_v = v/c$ 接近 0. 此时等效瞬时超距重力对应的变形形状宇宙接近球形, 在不考虑细微误差的情况下, 前面的球状膨胀宇宙公式都可以适用.

17 宇宙膨胀中的引力红移

前面的计算得出 GN-z11 星系相对于我们的径向退行速度接近光速, 以地球为参考系, GN-z11 星系因速度增加对应的能量非常巨大, 与宇宙能量有限的假设相违背. 前面假设在这其中计算的某一个步骤存在错误. 下面分析错误产生的原因, 进一步排除宇宙大爆炸假说中去空间膨胀假设后暗能量趋于无穷大的矛盾.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (1 - 9)$$

$$z = \left(1 + \frac{v}{c}\right)\gamma - 1 \quad (9 - 7)$$

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2 \quad (9 - 10)$$

$$z = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \quad E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2$$

$z \xrightarrow{\hspace{10em}} v \xrightarrow{\hspace{10em}} E$

(17 - 1)

原因分析: 巨大的能量来自退行速度接近光速, 如果退行速度不是接近光速, 而是远小于光速, 就不会有这么大的能量. 问题是在退行速度求解过程上. 退行速度来自 1 - 9、9 - 7 式, 代入红移值求得的. 红移值是天文观察值, 应当认为是可信的. 9 - 10 式是质能方程, 是可信的. 1 - 9、9 - 7 式是相对论性多普勒效应公式, 也是可信的. 问题出在哪里? 数据公式都没有错, 错误在于数据代入错误. 相对合理的解释是, GN-z11 星系的光谱红移值并不是全部来自多普勒效应. 如果光谱红移值只有一小部分来自多普勒效应, 那么后面的计算过程就不会出现接近光速的径向退行速度, 进而不会出现巨大的能量, 甚至于无穷大的能量.

红移分为: 多普勒红移、引力红移和宇宙学红移.³⁶

在这三种红移中, 多普勒红移和引力红移都有精确的理论公式, 恰恰宇宙学红移没有. 假如宇宙学红移可以拆分成多普勒红移和引力红移, 那么本质上红移只有两种.

星系之间的距离变大, 星系之间空间的引力势变小, 星系之间空间中的时间变快, 星际间传播的可见光 (电磁波) 的周期变长, 频率变低. 来自遥远星系的光频率变低意味着红移.

前面的网格化的宇宙单元是由一个个正方体单元组成, 每个宇宙单元中心是星系, 这里视作一个球体.

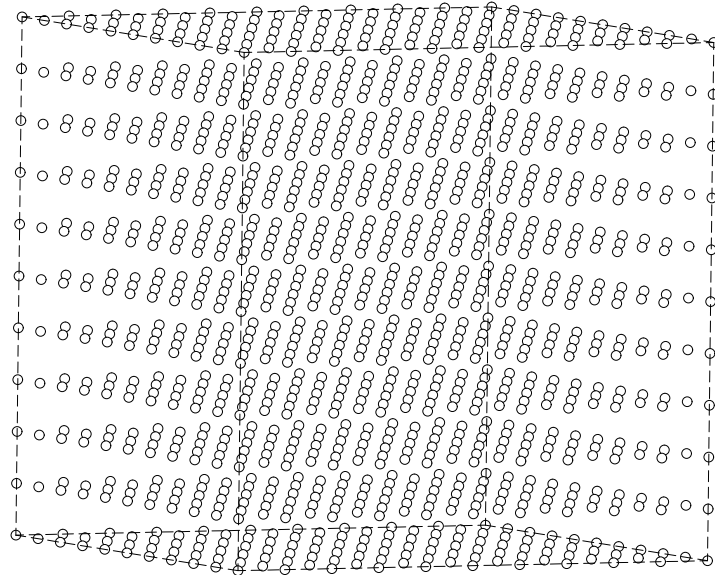


图 74 大量宇宙单元

Figure 74 A large number of cosmic units

当可观测宇宙尺寸远小于球状膨胀宇宙的尺寸时, 前面分析的哈勃常数的扇形接近一个长方形, 当切线速度的梯度和径向速度的梯度相等时, 把径向和切向取相等的长度, 并在垂直方向扩展同样相等的切向长度, 就得到一个正方体. 如果星系刚好在正方体的中心, 并且宇宙的星系的质量和尺寸都是相等的, 可观测宇宙就可以看作

是一个个正方体单元堆叠组成的. 当切线速度的梯度和径向速度的梯度不相等时, 每一个宇宙单元就不是正方体而是一个两个面是正方形的长方体. 为了简化分析, 这里假设宇宙单元是正方体.

求解策略: 先求重力加速度, 再求引力势, 最后通过引力势差求得引力红移. ($g \rightarrow V \rightarrow \Delta V \rightarrow z$)
先考虑一维的情况.

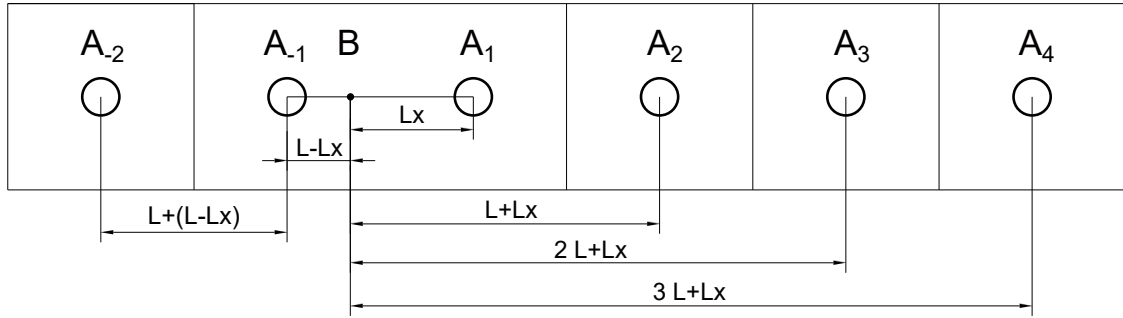


图 75 一维宇宙单元几何关系

Figure 75 The geometric relationship of the one-dimensional cosmic units

如上图所示, 宇宙单元等距排成一条直线, 相邻宇宙单元之间的距离为 L , 每个宇宙单元的质量都是 M . 在这条直线上任取一点 B , B 的左侧的宇宙单元分别编号 A_{-1} 、 A_{-2} 、 A_{-3} 、 $A_{-4} \dots A_{-\infty}$, B 的右侧的宇宙单元分别编号 A_1 、 A_2 、 A_3 、 $A_4 \dots A_{+\infty}$. B 与 A_1 之间距离是 L_x , 为了简化运算, 令 $L = 1, G = 1, M = 1$. 在分析重力加速度时, 把宇宙单元当做所有质量集中在中心点处理. 分析空间一点合重力加速度时, 不考虑宇宙单元的中心点.

假设任意一个宇宙单元的质量是 M_i , 对 B 点产生的重力加速度是 g_i , 这个宇宙单元与 B 点的距离是 r_i . 可得:

$$g_i = \frac{F_i}{m} = \frac{\frac{GM_i m}{r_i^2}}{m} = \frac{GM_i}{r_i^2} \quad (17-2)$$

当 $L_x = 0.5$ 时, B 点右侧所有的宇宙单元对 B 点产生的合重力加速度

$$g = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n + \frac{1}{2})^2} = \frac{\pi^2}{2} \quad (17-3)$$

当 $L_x = 1$ 时, B 点右侧所有的宇宙单元对 B 点产生的合重力加速度

$$g = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{\pi^2}{6} \quad (17-4)$$

当宇宙单元呈一维直线等距排列时, 单侧宇宙单元对直线上一点产生的合重力加速度是存在极限的.

不难得出, 两侧宇宙单元对直线上一点产生的合重力加速度也是存在极限的, 以向右为正方向:

$$g_{\infty} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+L_x)^2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1-L_x)^2} = \psi^{(1)}[L_x] - \psi^{(1)}[1-L_x] \quad (17-5)$$

上式中出现了多伽玛函数. 目前已经求得, 在一维情况下所有宇宙单元对直线上一点产生的合重力加速度的精确公式, 尝试能不能化简这个极限值.

B 点的相邻宇宙单元 A_1 、 A_{-1} , 对 B 点产生的合重力加速度

$$g_{\pm 1} = \frac{1}{L_x^2} - \frac{1}{(1-L_x)^2} \quad (17-6)$$

分别绘制 g_{∞} 、 $g_{\pm 1}$ 、 $g_{\pm 1}/g_{\infty}$ 的函数图像

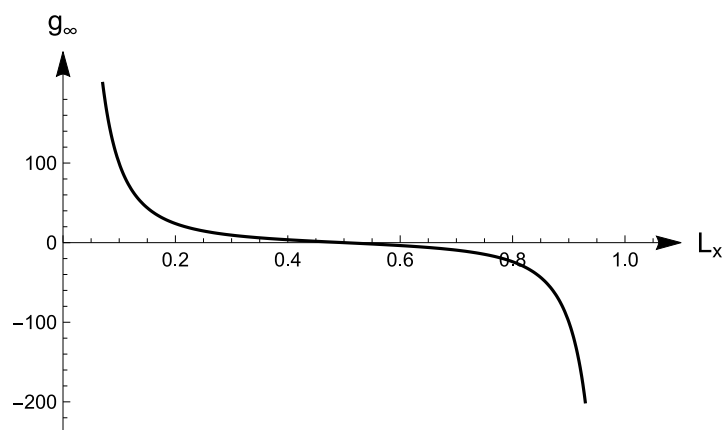


图 76 g_∞ 的函数图像

Figure 76 Graph of the function of g_∞

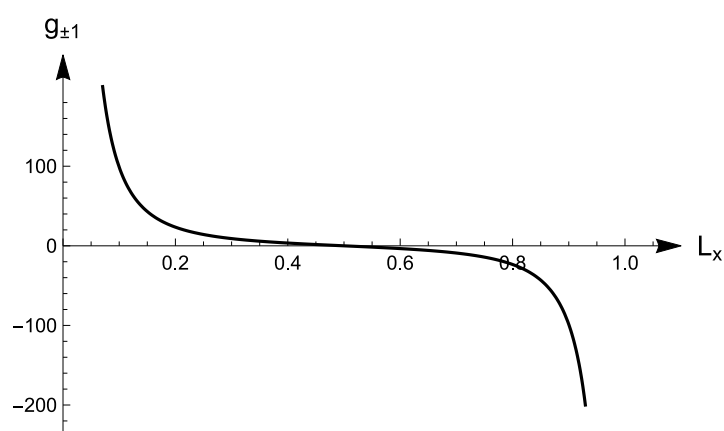


图 77 $g_{\pm 1}$ 的函数图像

Figure 77 Graph of the function of $g_{\pm 1}$

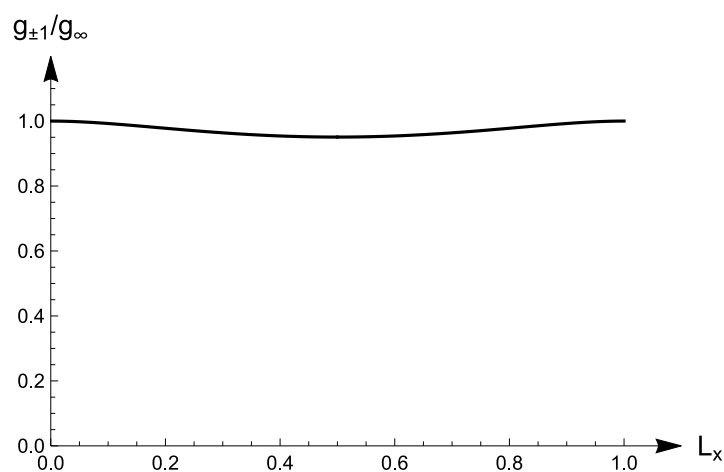


图 78 $g_{\pm 1}/g_\infty$ 的函数图像

Figure 78 Graph of the function of $g_{\pm 1}/g_\infty$

观察图像可得, g_∞ 与 $g_{\pm 1}$ 在数值上非常接近, 在一维情况下, 直线上一点的合重力加速度绝大部分由相邻的两个宇宙单元提供. 那么估算一维情况下空间一点的合重力加速度, 在不考虑误差的情况下, 只需要考虑相邻的两个宇宙单元的重力效应即可. 这样从多伽玛函数切换到分式函数, 更容易分析.

既然宇宙单元在一维分布情况下空间一点的合重力加速度不但存在极限, 而且可以只考虑相邻的宇宙单元作简化处理, 那么宇宙单元在三维分布情况下是不是也可以得到类似的结果呢? 答案是肯定的.

下面对宇宙单元在三维分布情况下的合重力加速度进行分析.

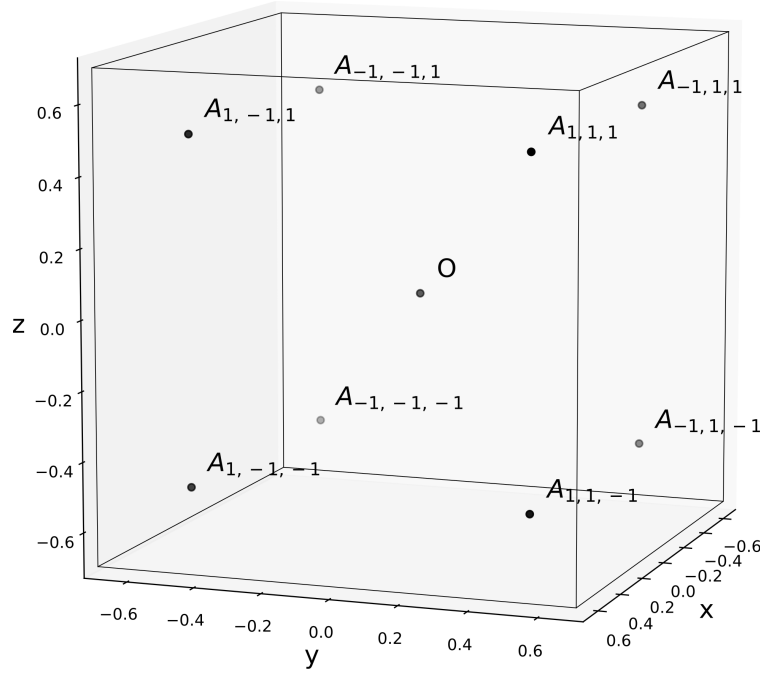


图 79 三维分布情况下相邻的 8 个宇宙单元

Figure 79 Adjacent 8 cosmic units in the case of three-dimensional distribution

如上图所示, 在三维空间中, 把每个宇宙单元视作一个点. 相邻的 8 个宇宙单元中心点为顶点, 组成一个立方体. 立方体的中心为 O 点, 以 O 点建立坐标系, 并对宇宙单元进行编号. 每一个宇宙单元编号为 $A_{i1, i2, i3}$, 其中 $i1$ 、 $i2$ 、 $i3$ 是三个坐标轴方向的编号, 范围是 $(-\infty \sim -1) \cup (1 \sim +\infty)$. 用三个不含 0 的整数集形成一个三元组, 这个序列与三维空间的所有宇宙单元形成一一对应的关系.

相邻的 8 个宇宙单元中心组成的立方体空间, 存在无数多个, 每一个立方体空间都是相似的. 重力加速度和引力势在每一个立方体空间都具有相同的分布. 选取一个立方体空间加以分析得出的规律, 可以推广到全部宇宙.

与一维的情况下相同, 为了简化运算, 令 $L = 1, G = 1, M = 1$. 在上图中, 相邻的 8 个宇宙单元中心点的坐标

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (17-7)$$

三维坐标系中 8 个不同卦限的宇宙单元中心点坐标

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + l & \frac{1}{2} + m & \frac{1}{2} + n \\ \frac{1}{2} + l & \frac{1}{2} + m & -\frac{1}{2} - n \\ \frac{1}{2} + l & -\frac{1}{2} - m & \frac{1}{2} + n \\ \frac{1}{2} + l & -\frac{1}{2} - m & -\frac{1}{2} - n \\ -\frac{1}{2} - l & \frac{1}{2} + m & \frac{1}{2} + n \\ -\frac{1}{2} - l & \frac{1}{2} + m & -\frac{1}{2} - n \\ -\frac{1}{2} - l & -\frac{1}{2} - m & \frac{1}{2} + n \\ -\frac{1}{2} - l & -\frac{1}{2} - m & -\frac{1}{2} - n \end{pmatrix} \quad (17-8)$$

上式中 l 、 m 、 n 属于自然数集 $(0, 1, 2, 3, 4, \dots)$.

当 $l = m = n = N$ 时,8 个不同方向宇宙单元, 组成一个立方体, 中心是图中的 O 点. 这 8 个宇宙单元的中心点围成的立方体空间命名为 V_8 .

设 V_8 空间内任意一点 B 的坐标为 (L_x, L_y, L_z) , 任意宇宙单元对 B 点产生的重力加速度是 g_i , 设每个宇宙单元编号对应的数字是 i .

$$g_i = (g_{ix}, g_{iy}, g_{iz}), \|g_i\| = \frac{GM}{L_{AB}^2} \quad (17-9)$$

上式中

g_{ix} 、 g_{iy} 、 g_{iz} 是 g_i 在 x、y、z 轴方向上的分量. L_{AB} 是 A 点和 B 点之间的距离.

$$L_{AB} = \sqrt{(X_{Ai} - L_x)^2 + (Y_{Ai} - L_y)^2 + (Z_{Ai} - L_z)^2}$$

(X_{Ai}, Y_{Ai}, Z_{Ai}) 代表任意宇宙单元中心的坐标.

g_i 在 x、y、z 轴方向上的分量

$$g_{ix} = \frac{L_{AB_x} \|g_i\|}{L_{AB}} \quad (17-10)$$

$$g_{iy} = \frac{L_{AB_y} \|g_i\|}{L_{AB}} \quad (17-11)$$

$$g_{iz} = \frac{L_{AB_z} \|g_i\|}{L_{AB}} \quad (17-12)$$

上式中

$$L_{AB_x} = X_{Ai} - L_x, L_{AB_y} = Y_{Ai} - L_y, L_{AB_z} = Z_{Ai} - L_z$$

可得

$$g_{ix} = \frac{GM(X_{Ai} - L_x)}{\left((X_{Ai} - L_x)^2 + (Y_{Ai} - L_y)^2 + (Z_{Ai} - L_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17-13)$$

$$g_{iy} = \frac{GM(Y_{Ai} - L_y)}{\left((X_{Ai} - L_x)^2 + (Y_{Ai} - L_y)^2 + (Z_{Ai} - L_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17-14)$$

$$g_{iz} = \frac{GM(Z_{Ai} - L_z)}{\left((X_{Ai} - L_x)^2 + (Y_{Ai} - L_y)^2 + (Z_{Ai} - L_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17-15)$$

V_8 空间中使用 p 代替 i 重新编号, p 的取值范围是 $(1 \sim 8)$, p 代表 V_8 空间中 8 个不同方向的宇宙单元中心的序号.

$$g_{px} = \frac{GM(X_{Ap} - L_x)}{\left((X_{Ap} - L_x)^2 + (Y_{Ap} - L_y)^2 + (Z_{Ap} - L_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17-16)$$

$$g_{py} = \frac{GM(Y_{Ap} - L_y)}{\left((X_{Ap} - L_x)^2 + (Y_{Ap} - L_y)^2 + (Z_{Ap} - L_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17-17)$$

$$g_{pz} = \frac{GM(Z_{Ap} - L_z)}{\left((X_{Ap} - L_x)^2 + (Y_{Ap} - L_y)^2 + (Z_{Ap} - L_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17-18)$$

前面提到为了简化运算, 令 $L = 1, G = 1, M = 1.17^{-7}$ 、17-8 式中的坐标是相对坐标. 如果 g_{px} 、 g_{py} 、 g_{pz} 可以提取出一个因式 $f[L, G, M]$, 并且剩下的因式与 L 、 G 、 M 不相关, 那么剩下的因式可以视作相对重力加速度.

令

$$L_x = l_x L \quad (17-19)$$

$$L_y = l_y L \quad (17-20)$$

$$L_z = l_z L \quad (17 - 21)$$

$$X_{Ap} = x_{Ap} L \quad (17 - 22)$$

$$Y_{Ap} = y_{Ap} L \quad (17 - 23)$$

$$Z_{Ap} = z_{Ap} L \quad (17 - 24)$$

把 17 - 19~17 - 24 式代入 17 - 16、17 - 17、17 - 18 式

$$g_{px} = \frac{GM}{L^2} \frac{(x_{Ap} - l_x)}{\left((x_{Ap} - l_x)^2 + (y_{Ap} - l_y)^2 + (z_{Ap} - l_z)^2\right)^{3/2}}$$

$$g_{py} = \frac{GM}{L^2} \frac{(y_{Ap} - l_y)}{\left((x_{Ap} - l_x)^2 + (y_{Ap} - l_y)^2 + (z_{Ap} - l_z)^2\right)^{3/2}}$$

$$g_{pz} = \frac{GM}{L^2} \frac{(z_{Ap} - l_z)}{\left((x_{Ap} - l_x)^2 + (y_{Ap} - l_y)^2 + (z_{Ap} - l_z)^2\right)^{3/2}}$$

令

$$g_relative_{px} = \frac{(x_{Ap} - l_x)}{\left((x_{Ap} - l_x)^2 + (y_{Ap} - l_y)^2 + (z_{Ap} - l_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17 - 25)$$

$$g_relative_{py} = \frac{(y_{Ap} - l_y)}{\left((x_{Ap} - l_x)^2 + (y_{Ap} - l_y)^2 + (z_{Ap} - l_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17 - 26)$$

$$g_relative_{pz} = \frac{(z_{Ap} - l_z)}{\left((x_{Ap} - l_x)^2 + (y_{Ap} - l_y)^2 + (z_{Ap} - l_z)^2\right)^{3/2}} \quad (17 - 27)$$

可得任意宇宙单元对 B 点产生的重力加速度和相对重力加速度的关系

$$(g_{px}, g_{py}, g_{pz}) = \left(\frac{GM}{L^2} g_relative_{px}, \frac{GM}{L^2} g_relative_{py}, \frac{GM}{L^2} g_relative_{pz} \right) \quad (17 - 28)$$

使用 g_{sum} 表示所有宇宙单元对 B 点产生的重力加速度之和, g_{sumx} 、 g_{sumy} 、 g_{sumz} 分别是 g_{sum} 在 x、y、z 轴方向上的分量。 g_{sum} 可以转化为 g_i 的级数, g_i 的级数是 i 作为编号的一重级数, 可以进一步转化为以 l 、 m 、 n 、 p 作为编号的四重级数。

$$\begin{aligned} g_{sum} &= (g_{sumx}, g_{sumy}, g_{sumz}) = \left(\sum_{i=1}^{\infty} g_{ix}, \sum_{i=1}^{\infty} g_{iy}, \sum_{i=1}^{\infty} g_{iz} \right) \\ &= \left(\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^8 g_{px}, \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^8 g_{py}, \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^8 g_{pz} \right) \\ &= \left(\frac{GM}{L^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^8 g_relative_{px}, \frac{GM}{L^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^8 g_relative_{py}, \right. \\ &\quad \left. \frac{GM}{L^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=1}^8 g_relative_{pz} \right) \end{aligned} \quad (17 - 29)$$

代入 8 个不同卦限的宇宙单元中心点坐标, 求得 V_8 空间中 8 个宇宙单元对 B 点产生的相对重力加速度之和

$$\begin{aligned}
\sum_{p=1}^8 g_{\text{relative}_{\text{px}}} = & \frac{-l - l_x - \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-l - l_x - \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-l - l_x - \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-l - l_x - \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{l - l_x + \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{l - l_x + \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{l - l_x + \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{l - l_x + \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{17 - 30}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{p=1}^8 g_{\text{relative}_{\text{py}}} = & \frac{-m - l_y - \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-m - l_y - \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-m - l_y - \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-m - l_y - \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-m - l_y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{m - l_y + \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{m - l_y + \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-n - l_z - \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{m - l_y + \frac{1}{2}}{\left(\left(-l - l_x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{m - l_y + \frac{1}{2}}{\left(\left(l - l_x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(m - l_y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(n - l_z + \frac{1}{2}\right)^2\right)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{17 - 31}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{p=1}^8 g_{\text{relative}_{pz}} = & \frac{-n-l_z-\frac{1}{2}}{\left((-l-l_x-\frac{1}{2})^2 + (-m-l_y-\frac{1}{2})^2 + (-n-l_z-\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-n-l_z-\frac{1}{2}}{\left((l-l_x+\frac{1}{2})^2 + (-m-l_y-\frac{1}{2})^2 + (-n-l_z-\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-n-l_z-\frac{1}{2}}{\left((-l-l_x-\frac{1}{2})^2 + (m-l_y+\frac{1}{2})^2 + (-n-l_z-\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-n-l_z-\frac{1}{2}}{\left((l-l_x+\frac{1}{2})^2 + (m-l_y+\frac{1}{2})^2 + (-n-l_z-\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{n-l_z+\frac{1}{2}}{\left((-l-l_x-\frac{1}{2})^2 + (-m-l_y-\frac{1}{2})^2 + (n-l_z+\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{n-l_z+\frac{1}{2}}{\left((l-l_x+\frac{1}{2})^2 + (-m-l_y-\frac{1}{2})^2 + (n-l_z+\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{n-l_z+\frac{1}{2}}{\left((-l-l_x-\frac{1}{2})^2 + (m-l_y+\frac{1}{2})^2 + (n-l_z+\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{n-l_z+\frac{1}{2}}{\left((l-l_x+\frac{1}{2})^2 + (m-l_y+\frac{1}{2})^2 + (n-l_z+\frac{1}{2})^2\right)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{17 - 32}$$

下面求解 $l = m = n = N$ 对应的 V_8 空间里面所有宇宙单元对 B 点产生的相对重力加速度之和. 当 N 趋于无穷大时, 这个相对重力加速度之和等于宇宙内所有宇宙单元对 B 点产生的相对重力加速度之和.

$$\begin{aligned}
\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \sum_{p=1}^8 g_{\text{relative}_{px}} = & \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \left(\frac{-\frac{1}{2} - l - l_x}{\left((- \frac{1}{2} - l - l_x)^2 + (- \frac{1}{2} - m - l_y)^2 + (- \frac{1}{2} - n - l_z)^2\right)^{3/2}} \right. \\
& + \frac{\frac{1}{2} + l - l_x}{\left((\frac{1}{2} + l - l_x)^2 + (- \frac{1}{2} - m - l_y)^2 + (- \frac{1}{2} - n - l_z)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-\frac{1}{2} - l - l_x}{\left((- \frac{1}{2} - l - l_x)^2 + (\frac{1}{2} + m - l_y)^2 + (- \frac{1}{2} - n - l_z)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{\frac{1}{2} + l - l_x}{\left((\frac{1}{2} + l - l_x)^2 + (\frac{1}{2} + m - l_y)^2 + (- \frac{1}{2} - n - l_z)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-\frac{1}{2} - l - l_x}{\left((- \frac{1}{2} - l - l_x)^2 + (- \frac{1}{2} - m - l_y)^2 + (\frac{1}{2} + n - l_z)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{\frac{1}{2} + l - l_x}{\left((\frac{1}{2} + l - l_x)^2 + (- \frac{1}{2} - m - l_y)^2 + (\frac{1}{2} + n - l_z)^2\right)^{3/2}} \\
& + \frac{-\frac{1}{2} - l - l_x}{\left((- \frac{1}{2} - l - l_x)^2 + (\frac{1}{2} + m - l_y)^2 + (\frac{1}{2} + n - l_z)^2\right)^{3/2}} \\
& \left. + \frac{\frac{1}{2} + l - l_x}{\left((\frac{1}{2} + l - l_x)^2 + (\frac{1}{2} + m - l_y)^2 + (\frac{1}{2} + n - l_z)^2\right)^{3/2}} \right)
\end{aligned} \tag{17 - 33}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \sum_{p=1}^8 g_relative_{py} &= \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \left(\frac{-\frac{1}{2} - m - l_y}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \right. \\
&+ \frac{-\frac{1}{2} - m - l_y}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{\frac{1}{2} + m - l_y}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{\frac{1}{2} + m - l_y}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{-\frac{1}{2} - m - l_y}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{-\frac{1}{2} - m - l_y}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{\frac{1}{2} + m - l_y}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \left. \frac{\frac{1}{2} + m - l_y}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \right) \\
&\quad (17 - 34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \sum_{p=1}^8 g_relative_{pz} &= \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \left(\frac{-\frac{1}{2} - n - l_z}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \right. \\
&+ \frac{-\frac{1}{2} - n - l_z}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{-\frac{1}{2} - n - l_z}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{-\frac{1}{2} - n - l_z}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{\frac{1}{2} + n - l_z}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{\frac{1}{2} + n - l_z}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \frac{\frac{1}{2} + n - l_z}{\left(\left(-\frac{1}{2} - l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \\
&+ \left. \frac{\frac{1}{2} + n - l_z}{\left(\left(\frac{1}{2} + l - l_x \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + m - l_y \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + n - l_z \right)^2 \right)^{3/2}} \right) \\
&\quad (17 - 35)
\end{aligned}$$

Mathematica 无法求得上面无穷级数的收敛极限的代数解析式. 不过, 可以选取随机的数值代入, 可以发现上面的无穷级数存在收敛极限.

令

$$g_relative_{sumNx} = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \sum_{p=1}^8 g_relative_{px}$$

$$g_relative_{sumNy} = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \sum_{p=1}^8 g_relative_{py}$$

$$g_relative_{sumNz} = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N \sum_{p=1}^8 g_relative_{pz}$$

$$g_relative_{sumN} = (g_relative_{sumNx}, g_relative_{sumNy}, g_relative_{sumNz})$$

$$g_{sumN} = \frac{GM}{L^2} g_relative_{sumN}$$

选取 $(l_x, l_y, l_z) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$, 选取不同的 N 值对 17 - 33 式进行计算

表 14 不同的 N 值对应的 $g_relative_{sumNx}$ 值

Table 14 Different values of N corresponding to $g_relative_{sumNx}$ Value

N	$g_relative_{sumNx}$	N	$g_relative_{sumNx}$
0	1.3325	16	1.3116
1	1.3194	17	1.3115
2	1.3150	18	1.3115
3	1.3135	19	1.3115
4	1.3127	20	1.3115
5	1.3123	21	1.3115
6	1.3121	22	1.3115
7	1.3119	23	1.3115
8	1.3118	24	1.3115
9	1.3118	25	1.3115
10	1.3117	26	1.3115
11	1.3117	27	1.3115
12	1.3116	28	1.3115
13	1.3116	29	1.3115
14	1.3116	30	1.3115
15	1.3116	31	1.3115

因为选取的坐标对称性的缘故, $l_x = l_y = l_z$. 这个时候合重力加速度在 x 、 y 、 z 方向的分量是相等的. 可得

$$g_relative_{sumNx} = g_relative_{sumNy} = g_relative_{sumNz}$$

$$g_relative_{sumN} = \sqrt{3} g_relative_{sumNx}$$

$$g_{sumN} = \frac{GM}{L^2} g_relative_{sumN} = \sqrt{3} \frac{GM}{L^2} g_relative_{sumNx}$$

观察表格数据可以得出 $g_relative_{sumNx}$ 的无穷级数存在收敛极限, 约为 1.3115. 相应的合重力加速度正比于 $g_relative_{sumNx}$, 也存在收敛极限. 在 V_8 空间内相对坐标为 $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ 的 B 点处, 使用相邻的 8 个宇宙单元提供的合重力加速度代替所有宇宙单元对 B 点的合重力加速度产生的误差: $(1.3325 - 1.3115) / 1.3115 = 0.016$, 可以看到这个数值非常小.

进一步使用蒙特卡罗方法 (Monte Carlo method), 使用随机数代入 V_8 空间的坐标, 通过大量随机抽取的样本点计算合重力加速度可以得出, 与一维的情况类似, 三维排列的所有宇宙单元的合重力加速度绝大部分由相邻的 8 个宇宙单元提供.

约定 B 点相邻的 8 个宇宙单元提供的合相对重力加速度是 $g_relative_0$ 在 x 、 y 、 z 方向的分量的符号分别是 $g_relative_{0x}$ 、 $g_relative_{0y}$ 、 $g_relative_{0z}$.

$$g_relative_{0x} = g_relative_{sumNx} (N \rightarrow 0) \quad (17 - 36)$$

$$g_relative_{0y} = g_relative_{sumNy} (N \rightarrow 0) \quad (17 - 37)$$

$$g_relative_{0z} = g_relative_{sumNz} (N \rightarrow 0) \quad (17 - 38)$$

所有宇宙单元对 B 点产生的合重力加速度可以用 B 点相邻的 8 个宇宙单元提供的合重力加速度近似表示

$$g_{\text{sum}} \approx \left(\frac{GM}{L^2} g_{\text{relative}_{0x}}, \frac{GM}{L^2} g_{\text{relative}_{0y}}, \frac{GM}{L^2} g_{\text{relative}_{0z}} \right) \quad (17 - 39)$$

B 点相邻的 8 个宇宙单元提供的合相对重力加速度的大小

$$\|g_{\text{relative}_0}\| = \sqrt{(g_{\text{relative}_{0x}})^2 + (g_{\text{relative}_{0y}})^2 + (g_{\text{relative}_{0z}})^2} \quad (17 - 40)$$

把 17 - 39 式改写成标量形式

$$g_{\text{sum}} \approx \frac{GM}{L^2} \|g_{\text{relative}_0}\| \quad (17 - 41)$$

下面开始求解引力红移.

假设一束光从宇宙远处的 B_1 点发射, 到达太阳系的 B_2 点被天文望远镜观测到. B_1 点在宇宙单元的相对坐标是 (l_{x1}, l_{y1}, l_{z1}) , B_2 点在宇宙单元的相对坐标是 (l_{x2}, l_{y2}, l_{z2}) , B_1 点的重力加速度是 g_s , B_2 点的重力加速度是 g_e . 假设在宇宙膨胀中, 宇宙单元的总质量是不变的或近似不变的, B_1 点的宇宙单元距离用 L_s 表示, B_2 的宇宙单元距离用 L_e 表示. 应用 17 - 41 式可得

$$g_s \approx \frac{GM}{L_s^2} \|g_{\text{relative}_0}\| ((l_x, l_y, l_z) \rightarrow (l_{x1}, l_{y1}, l_{z1})) \quad (17 - 42)$$

$$g_e \approx \frac{GM}{L_e^2} \|g_{\text{relative}_0}\| ((l_x, l_y, l_z) \rightarrow (l_{x2}, l_{y2}, l_{z2})) \quad (17 - 43)$$

为了简化比较, 假设 B_1 点和 B_2 点宇宙单元的相对坐标是相同的

$$(l_{x1}, l_{y1}, l_{z1}) = (l_{x2}, l_{y2}, l_{z2}) \quad (17 - 44)$$

这个时候, B_1 点和 B_2 点相关的位置系数 C_g 相等

$$\|g_{\text{relative}_0}\| ((l_x, l_y, l_z) \rightarrow (l_{x1}, l_{y1}, l_{z1})) = \|g_{\text{relative}_0}\| ((l_x, l_y, l_z) \rightarrow (l_{x2}, l_{y2}, l_{z2})) = C_g \quad (17 - 45)$$

当位置系数 C_g 不变时, 空间一点的重力加速度只和 L 这两个变量有关

$$g = \frac{GM}{L^2} C_g \quad (17 - 46)$$

联合 17 - 42、17 - 43、17 - 45 式, B_1 点和 B_2 点的重力加速度变为

$$g_s = \frac{GM}{L_s^2} C_g \quad (17 - 47)$$

$$g_e = \frac{GM}{L_e^2} C_g \quad (17 - 48)$$

一个球状天体的孤立系统中, 约定无穷远处的引力势为 0, 重力加速度和引力势的解析式

$$g = \frac{GM}{r^2}, V = -\frac{GM}{r} \quad (17 - 49)$$

把 B_1 点和 B_2 点看做一个相对位置的不动点 B, 规定 8 个相邻的宇宙单元组成的立方体的边长 L 从初始值 L 增到无穷大时, B 点的势能为 0. 由此可以求得 B 点的引力势

$$V = -\frac{W}{m} = -\int_L^\infty \frac{GMC_g}{L^2} dL = -\frac{GMC_g}{L} \quad (17 - 50)$$

相同宇宙单元组成的宇宙中空间一点的重力加速度和引力势的解析式

$$g = \frac{GM}{L^2} C_g, V = -\frac{GM}{L} C_g \quad (17 - 51)$$

对 B_1 点和 B_2 点的应用上式

$$V_s = -\frac{GM}{L_s}C_g \quad (17 - 52)$$

$$V_e = -\frac{GM}{L_e}C_g \quad (17 - 53)$$

约定 B_1 点的光线频率是 ν_s , B_2 点的光线频率是 ν_e , 根据红移值的定义

$$z = \frac{\nu_e - \nu_s}{\nu_s} = \frac{\nu_e}{\nu_s} - 1 \quad (17 - 54)$$

上式中

$$\Delta\nu = \nu_e - \nu_s \quad (17 - 55)$$

当 $\Delta\nu < 0$ 时, 天文望远镜看到的光线波长增加、频率降低, 光谱的谱线红移.

当 $\Delta\nu > 0$ 时, 天文望远镜看到的光线波长变短、频率升高, 光谱的谱线蓝移.

根据周期和频率关系可得

$$\nu_e = \frac{1}{T_e}, \nu_s = \frac{1}{T_s} \quad (17 - 56)$$

参考^[40], 引力势与时间关系

$$T = \sqrt{1 + \frac{2V}{c^2}}\tau \quad (17 - 57)$$

上式中, τ 是指引力势为 0 的位置光线的电磁波周期, T 指的是在引力势是 V 的位置光线的电磁波周期, c 是光速.

对 B_1 点和 B_2 点的应用上式

$$T_e = \sqrt{1 + \frac{2V_e}{c^2}}\tau, T_s = \sqrt{1 + \frac{2V_s}{c^2}}\tau \quad (17 - 58)$$

联合 17 - 54、17 - 56、17 - 58 式

$$z = \frac{\sqrt{1 + \frac{2V_s}{c^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2V_e}{c^2}}} - 1 \quad (17 - 59)$$

对于弱引力场

$$2V/c^2 \approx 0 \quad (17 - 60)$$

对 $\sqrt{1+x}$ 在 $x=0$ 处使用泰勒公式进行展开

$$\text{Series}[\sqrt{1+x}, \{x, 0, 1\}] = 1 + \frac{x}{2} + O[x]^2 \quad (17 - 61)$$

忽略掉高次项

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \quad (17 - 62)$$

应用 17 - 62 式对 17 - 59 式进行化简

$$z = \frac{\sqrt{1 + \frac{2V_s}{c^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2V_e}{c^2}}} - 1 = \frac{1 + \frac{V_s}{c^2}}{1 + \frac{V_e}{c^2}} - 1 = \frac{1 + \frac{V_s}{c^2} - 1 - \frac{V_e}{c^2}}{1 + \frac{V_e}{c^2}} = \frac{\frac{V_s}{c^2} - \frac{V_e}{c^2}}{1 + \frac{V_e}{c^2}} \quad (17 - 63)$$

上式中

$$1 + \frac{V_e}{c^2} \approx 1 \quad (17 - 64)$$

进一步化简可得

$$z = \frac{V_s - V_e}{c^2} \quad (17 - 65)$$

把 17 - 52、17 - 53 式代入上式

$$z = \frac{GMC_g}{c^2} \left(\frac{1}{L_e} - \frac{1}{L_s} \right) \quad (17 - 66)$$

假设光线从 B_1 点到达 B_2 点经历的时间是 t , 这段时间宇宙膨胀速度近似平均, 大小为 v_{avg} , 可得光线的出发点和接受点的宇宙单元尺寸关系

$$L_e = L_s + v_{\text{avg}} t \quad (17 - 67)$$

上式代入 17 - 66 式

$$z = \frac{GMC_g}{c^2} \left(\frac{1}{L_s + v_{\text{avg}} t} - \frac{1}{L_s} \right) \quad (17 - 68)$$

红移值中, 其他系数都是常量, 提取其中的变量因式, 命名为

$$C_{zt} = \frac{1}{L_s + v_{\text{avg}} t} - \frac{1}{L_s} \quad (17 - 69)$$

选取适当的数值代入

$C_{zt} / \{L_s \rightarrow 1, v_{\text{avg}} \rightarrow 0.01\}$
$-1 + \frac{1}{1 + 0.01t}$

绘制 C_{zt} 的函数图像

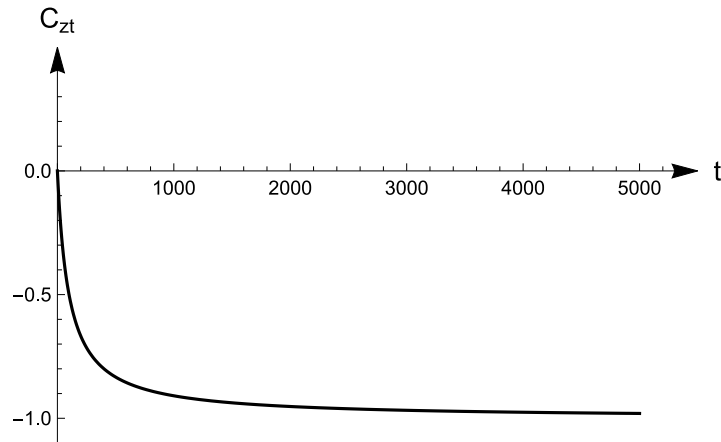


图 80 C_{zt} 的函数图像 ($0 \leq t \leq 5000$)

Figure 80 Graph of the function of C_{zt} when ($0 \leq t \leq 5000$)

由图像可得 C_{zt} 存在一个极限, 求这个极限

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{L_s} + \frac{1}{L_s + tv_{\text{avg}}} \right) = -\frac{1}{L_s} \quad (17 - 70)$$

对应的红移最大值 (以绝对值作为比较标准)

$$z_{\max} = -\frac{GMC_g}{c^2} \frac{1}{L_s} \quad (17 - 71)$$

选取较短的时间长度, 重新绘制 C_{zt} 的函数图像

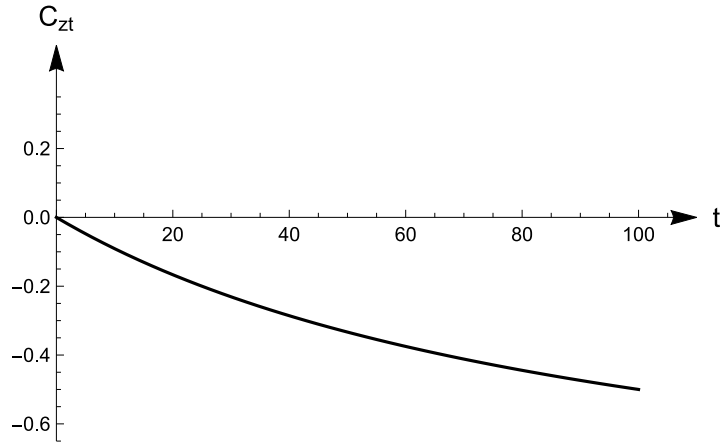


图 81 C_{zt} 的函数图像 ($0 \leq t \leq 100$)

Figure 81 Graph of the function of C_{zt} when ($0 \leq t \leq 100$)

观察图像可得, 红移值在此时接近一条直线, 可以用直线方程模拟, 约定直线的斜率是 H_G , 用 z_G 表示引力红移

$$z_G = H_G t \quad (17 - 72)$$

光线从 B_1 点到达 B_2 点传播的距离用 D 表示, 可以得到 D 与 t 的关系

$$t = \frac{D}{c} \quad (17 - 73)$$

联合上面两式可得

$$z_G = \frac{H_G D}{c} \quad (17 - 74)$$

前面第 16 章得到的三维空间宇宙动点速度的梯度平均大小用 H_D 来表示

$$H_D = \overline{\|A_{xyz}\|} \quad (17 - 75)$$

用 z_D 表示多普勒红移, 易得

$$z_D = \frac{H_D D}{c} \quad (17 - 76)$$

宇宙学红移由多普勒红移和引力红移两部分叠加而成

$$z = z_G + z_D \quad (17 - 77)$$

把 17 - 74、17 - 76 式代入上式

$$z = \frac{H_G + H_D}{c} D \quad (17 - 78)$$

当 $v \ll c$ 时, 第 9 章得到结论

$$z = \frac{H_0 D}{c} \quad (9 - 8)$$

由 9 - 8、17 - 78 式可得

$$H_0 = H_G + H_D \quad (17 - 79)$$

上式说明, 哈勃常数是由两部分组成的, 分别是多普勒红移常数和引力红移常数.

前面分析引力红移是基于光线的出发点和观测点在宇宙单元相对坐标 (相对位置) 相同的假设. 考虑出发点和观测点在宇宙单元相对坐标不同情况下, 前面得出的公式由精确数值相等变成近似相等. 这个时候要考虑到因宇宙单元相对位置变化引起的引力势的变化, 引力势的变化同时会改变引力红移的大小. 结合概率论的分析可得, 最后的红移函数图像是围绕一个曲线的散点, 散点与拟合曲线之间差值可以用宇宙单元相对位置变化作为解释的原因. 实际天文观测的宇宙学红移函数图像散点与拟合曲线之间差值还有其他的因素, 如观测星系排除宇宙膨胀速度的运动速度带来的多普勒红移.

$$\{z, z_G \uparrow\} \xrightarrow{z = z_G + z_D} z_D \downarrow \xrightarrow{E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2} v \downarrow \xrightarrow{E \downarrow} E \downarrow \quad (17 - 80)$$

GN-z11 星系相对于我们的径向退行速度接近光速, GN-z11 星系因速度增加对应的能量非常巨大产生的矛盾, 从来红移值的来源上得以解决. 哈勃常数的定义是, 在不考虑引力红移的情况下, 远处星系光线的红移值对应的退行速度相对于空间的梯度. 随着远处星系与太阳系距离的增加, 对应区域的哈勃常数也会增加. 目前天文学上测得的哈勃常数值, 仅仅适用于与我们太阳系的距离较近, 引力红移可以忽略不计的区域. 值得一提的是, 目前的球状膨胀宇宙模型和正方体堆砌宇宙单元模型其中包含一个假设, 就是宇宙的总质量不变和暗物质与物质比例不变, 并没有考虑宇宙总质量和暗物质与物质比例随着时间变化的情况. 在可观测宇宙只是球状膨胀宇宙很小的一部分, 宇宙总质量和暗物质与物质比例在人类可探测时间范围之内近似相等的条件下, 这种理想模型是成立的.

向量化的三维空间宇宙动点速度的梯度是一个椭球体, 在不同的情况下分别是扁椭球体、长椭球体和球体. 球状膨胀宇宙切向速度的梯度和径向速度的梯度一般是不相等的, 这种情况下宇宙单元一个两个面是正方形的长方体. 根据 17 - 68 式, 以红移值的绝对值为大小比较基准, 引力红移比例常数的绝对值随着 B_2 的宇宙单元相应方向的尺寸增大而增大. 宇宙动点速度的梯度越大的方向, 退行速度就越大, 对应方向的尺寸就越大. 向量化的引力红移常数形状和向量化的三维空间宇宙动点速度的梯度的形状应当是一致的. 二者叠加的效果, 向量化的哈勃常数, 在不同的情况下分别是扁椭球体、长椭球体和球体.

18 狭义相对论和广义相对论领域的改进

18.1 暗物质天体的史瓦西解

设无穷远处物质微粒的引力势等于 0, 得到物质天体相对于物质微粒的引力势

$$V = -\frac{GM}{r} \quad (18.1 - 1)$$

上式同样适用于物质天体相对于暗物质微粒的引力势, 暗物质天体相对于物质微粒的引力势.

设无穷远处暗物质微粒的引力势等于 0, 得到暗物质天体相对于暗物质微粒的引力势

$$V = \frac{GM}{r} \quad (18.1 - 2)$$

球状均匀静态的天体的史瓦西解 (重力引力场)

$$ds^2 = -c^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin[\theta]^2 d\varphi^2 \quad (18.1 - 3)$$

使用引力势作为参数, 上面的史瓦西解变成

$$ds^2 = -c^2 \left(1 + \frac{2V}{c^2}\right) dt^2 + \left(1 + \frac{2V}{c^2}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin[\theta]^2 d\varphi^2 \quad (18.1 - 4)$$

检查史瓦西解的推导过程 [41] [42] [43], 上式同样适用于暗物质天体相对于暗物质微粒.
代入引力势公式 18.1 - 2, 得到球状均匀静态的天体的史瓦西解 (重力斥力场)

$$ds^2 = -c^2 \left(1 + \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \left(1 + \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin[\theta]^2 d\varphi^2 \tag{18.1 - 5}$$

平直均匀的闵可夫斯基时空的度规

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin[\theta]^2 d\varphi^2 \tag{18.1 - 6}$$

在史瓦西坐标中, 三维空间同一点, 在不同时刻产生一系列不同的四维时空点, 对这些连续的时空点取微分, 得到

$$ds^2 = -c^2 \left(1 + \frac{2V}{c^2}\right) dt^2 = -c^2 d\tau^2 \tag{18.1 - 7}$$

变换可得

$$d\tau = \sqrt{1 + \frac{2V}{c^2}} dt \tag{18.1 - 8}$$

上式中,d τ 固有时间微分,d t 坐标时间微分
重力引力场固有时间与坐标时间的关系

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} dt \tag{18.1 - 9}$$

重力斥力场固有时间与坐标时间的关系

$$d\tau = \sqrt{1 + \frac{2GM}{c^2 r}} dt \tag{18.1 - 10}$$

把上面两个公式中的固有时间与坐标时间的比例命名为时间系数, 取相同物理常数, 绘制不同四维时空下的时间系数图像:

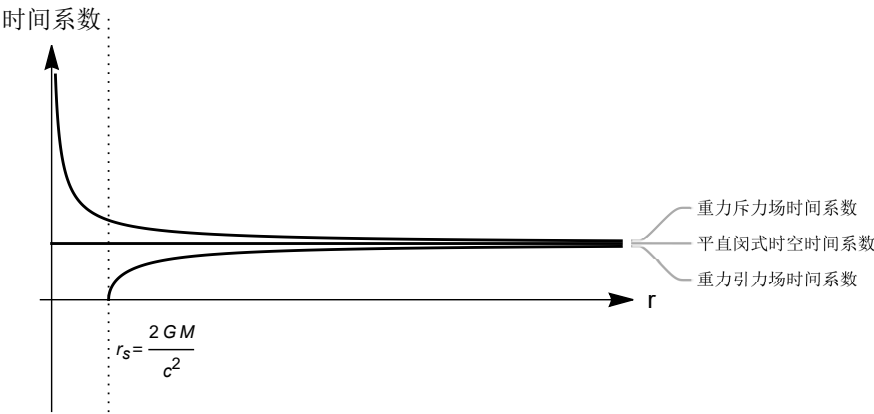


图 82 不同四维时空下的时间系数的函数图像
Figure 82 Functional images of the time coefficients in different four-dimensional spacetimes
计算史瓦西半径处的重力斥力场的时间系数

$\sqrt{\frac{2GM}{c^2 r} + 1} /. r \rightarrow \frac{2GM}{c^2}$
$\sqrt{2}$
%//N
1.41421

地球处于弱引力场, 低速的状态, 那么地球四维时空参考系可以看做近似等于平直均匀的闵可夫斯基时空, 地球参考系的固有时间近似等于坐标时间.

暗物质微粒从无穷远处到达暗物质天体史瓦西半径处, 固有时间会加快, 史瓦西半径处的固有时间等于坐标时间的 1.41421 倍. 如果暗物质微粒所在位置的半径小于史瓦西半径, 固有时间可以继续加快, 在半径等于 0 处, 固有时间等于坐标时间的 ∞ 倍.

物质微粒从无穷远处到达物质天体史瓦西半径处, 固有时间会减慢, 史瓦西半径处的固有时间等于坐标时间的 0 倍.

物质微粒靠近致密的物质天体, 可以实现物质微粒相对于地球参考系的延缓衰老.

暗物质微粒靠近致密的暗物质天体, 可以实现暗物质微粒相对于地球参考系的加速衰老.

在史瓦西解中, 分别令切向微分和径向微分等于 0, 结合光的世界线长度 (闵氏四维时空距离) 等于零, 可以得到:

光子在物质史瓦西场中的径向坐标速度和切向坐标速度

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c \quad (18.1 - 11)$$

$$v_s = \frac{ds}{dt} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} c \quad (18.1 - 12)$$

负光子在暗物质史瓦西场中的径向坐标速度和切向坐标速度

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \left(1 + \frac{2GM}{c^2 r}\right) c \quad (18.1 - 13)$$

$$v_s = \frac{ds}{dt} = \sqrt{1 + \frac{2GM}{c^2 r}} c \quad (18.1 - 14)$$

光子靠近致密的物质天体, 可以实现光子相对于地球参考系的亚光速飞行.

负光子靠近致密的暗物质天体, 可以实现负光子相对于地球参考系的超光速飞行.

上面的规则同样分别适用于物质微粒和暗物质微粒, 只不过有质量的微粒始终只能无限接近光子速度和负光子速度, 但永远不会达到光速. 当有质量的微粒趋近于光速时, 它的世界线长度 (闵氏四维时空距离) 无限接近于 0, 它在史瓦西场中的径向坐标速度和切向坐标速度将会接近光子或者负光子相应的径向坐标速度和切向坐标速度.

物质微粒靠近致密的物质天体, 可以实现物质微粒相对于地球参考系的亚光速飞行.

暗物质微粒靠近致密的暗物质天体, 可以实现暗物质微粒相对于地球参考系的超光速飞行.

物质微粒在重力引力场作用下会聚集成物质天体. 暗物质微粒在重力斥力场作用下, 一般以流体的形式存在, 并依附于物质天体的周围. 如果有其他力的参与, 暗物质微粒可以聚集成暗物质天体, 这里的暗物质天体是假想中的产物, 实际上可能不存在或者非常罕见.

18.2 史瓦西解与非欧几何的关系

史瓦西解的度规表达式可以得出:

重力引力场, 以史瓦西坐标原点为中心的一个球壳上任意一点, 该点的切向微分长度不变, 径向微分长度变大, 时间微分长度变小.

重力斥力场, 以史瓦西坐标原点为中心的一个球壳上任意一点, 该点的切向微分长度不变, 径向微分长度变小, 时间微分长度变大.

重力场改变了平直闵氏时空的特定方向上的空间长度和时间长度, 那么以史瓦西坐标原点为中心的一个球壳上任意一点的半径就不是欧式几何中普通的圆的半径, 并不是两点的坐标长度, 需要通过积分才可以得到.

重力斥力场半径

$$\begin{aligned}
r_{\text{real}} &= \int_0^r \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2GM}{c^2 r}}} dr \\
&= \sqrt{r \left(r + \frac{2GM}{c^2} \right)} - \frac{2GM}{c^2} \sinh^{-1} \left[\sqrt{\frac{c^2 r}{2GM}} \right]
\end{aligned} \tag{18.2 - 1}$$

重力引力场半径 ($r \geq r_s$)

$$\begin{aligned}
r_{\text{real}} &= \int_{\frac{2GM}{c^2}}^r \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}}} dr + \frac{2GM}{c^2} \\
&= \sqrt{r \left(r - \frac{2GM}{c^2} \right)} + \frac{2GM}{c^2} \tanh^{-1} \left[\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} \right] + \frac{2GM}{c^2}
\end{aligned} \tag{18.2 - 2}$$

重力引力场半径 ($r < r_s$)

$$r_{\text{real}} = r \tag{18.2 - 3}$$

以史瓦西坐标原点为中心的一个球壳和一个通过原点的平面相交, 获得一个圆 C_{gf} .

圆 C_{gf} 在视觉上的半径等于欧式几何的圆的半径. 在变形的四维时空中, 因为径向微分长度相对于欧式几何变大或者变小, 这个圆的半径等于前面积分得出的半径.

圆 C_{gf} 在视觉上的周长等于欧式几何的圆的周长. 在变形的四维时空中, 因为切向微分长度相对于欧式几何不变, 这个圆的周长等于欧式几何的圆的周长.

取中心天体相同的质量数 (不考虑 c 类复数的实数虚数单位), 绘制史瓦西坐标中重力引力场半径, 重力斥力场半径, 平直闵式时空半径的图像.

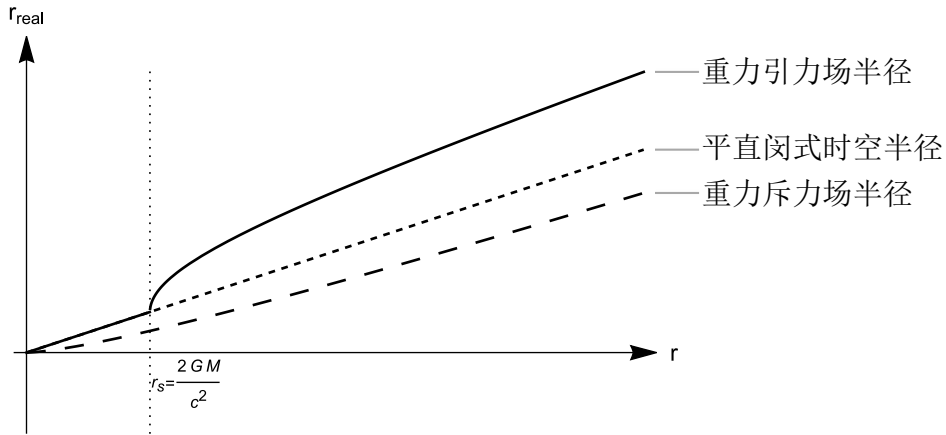


图 83 不同四维时空下的史瓦西坐标中实际半径的函数图像

Figure 83 Functional images of the real radius in the Swasey coordinates in different four-dimensional spacetimes

可以看到在坐标半径大于史瓦西半径的任何一点, 重力引力场半径 $<$ 平直闵式时空半径 $<$ 重力斥力场半径.

把圆 C_{gf} 做如下处理:

如果圆 C_{gf} 在变形的四维时空中的周长和半径等于欧式几何的长度, 用实线直线或者实线曲线表示.

如果圆 C_{gf} 在变形的四维时空中的周长和半径大于欧式几何的长度, 用波浪线直线或者波浪线曲线表示.

如果圆 C_{gf} 在变形的四维时空中的周长和半径小于欧式几何的长度, 用虚线直线或者虚线曲线表示.

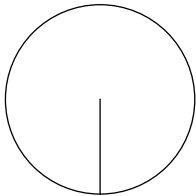
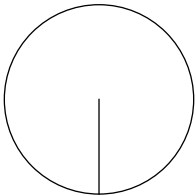
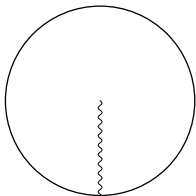
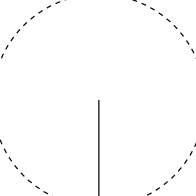
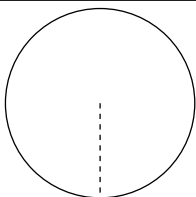
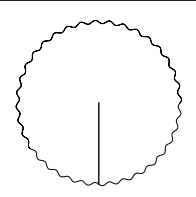
波浪线拉直变成实线, 视觉长度增加到变形的四维时空中的长度.

虚线拉直变成实线, 视觉长度减少到变形的四维时空中的长度.

总结圆 C_{gf} 在不同情况下的几何特征, 并给出与非欧几何, 欧式几何的关系, 得到如下表格:

表 15 圆 C_{gf} 的几何特征

Table 15 Geometric features of the circle C_{gf}

时空类别	圆的周长拉直	圆的半径拉直	周长与直径的比值	几何种类
平直闵式时空			$\frac{P}{D} = \pi$	欧几里得几何
重力引力场			$\frac{P}{D} < \pi$	椭圆几何
重力斥力场			$\frac{P}{D} > \pi$	双曲几何

从上表的分类比较可以看出, 重力引力场的三维空间属于椭圆几何 (Elliptic Geometry), 重力斥力场的三维空间属于双曲几何 (Hyperbolic Geometry), 平直闵式时空的三维空间属于欧几里得几何 (Euclidean Geometry).

18.3 狭义相对论中的优势惯性系

迈克耳孙-莫雷实验 (Michelson-Morley experiment) 是为了验证以太是否存在而设计的一个实验, 实验结果表明, 在不同的惯性参考系中, 光速是一样的.

荷兰物理学家洛伦兹 (Hendrik Lorentz) 提出洛伦兹变换 (Lorentz transformation), 对于光速在不同惯性参考系不变的原因, 洛伦兹的解释是: 观察者以太在以一定速度运动时, 长度在运动方向上发生收缩, 抵消了不同方向上的光速差异.⁸⁹ [44]

爱因斯坦在抛弃以太、以光速不变原理和狭义相对性原理为基本假设的基础上建立了狭义相对论. 狭义相对论认为空间和时间并不相互独立, 而是一个统一的四维时空整体, 并不存在绝对的空间和时间. 在狭义相对论中, 整个时空仍然是平直的、各向同性的和各点同性的, 结合狭义相对性原理和上述时空的性质, 也可以推导出洛伦兹变换.⁸⁹

值得注意的是, 洛伦兹并没有抛弃以太, 但爱因斯坦抛弃了以太.

目前的主流学术观点认为, 使用以光速不变原理和狭义相对性原理产生的足以解释光速在不同的惯性参考系中不变的现象, 代表绝对时空的以太并没有支撑的证据证明它存在. 在如此解释之下, 迈克耳孙-莫雷实验否定了经典力学的绝对时空观, 带来物理学观念上的变革.

从数学公式和逻辑的角度, 看起来爱因斯坦的狭义相对论更加具备完备性和严密性, 而且爱因斯坦的狭义相对论可以从几个公理推导出洛伦兹变换. 这增加爱因斯坦与狭义相对论相关理论的可信度.

爱因斯坦在狭义相对论的第一篇论文《论动体的电动力学》中就提到, 光以太的引入将被证明是多余的.^[45] 主流学术支持了爱因斯坦抛弃以太的观点, 并没有支持洛伦兹保留以太的观点.

下面, 我们重新分析这个问题, 代表绝对时空的以太是抛弃还是保留.

目前, 我们知道, 狭义相对论的公式可以成功解释迈克耳孙-莫雷实验的实验结果, 并且狭义相对论并没有使用以太这个概念作为这个学说的组成部分.

人们认为光的传播依赖 A, 但看不见 A, 于是设计一个实验 B, 用来验证观察者与 A 的运动会影响光速, 但没有得到预期的结果. 爱因斯坦假设 A 不存在, 并添加了一些公理, 能够成功解释实验 B, 于是人们认为 A 不存在, 应该被抛弃.

因为 A 没有给观察者传递信息, 而是实验 B 能够观察到信息可以通过不依赖 A 的条件而得到合理的解释, 进而认为 A 不存在.

假如世界上所有存在的事物都能给观测者传递信息, 那么上面的逻辑推理是正确的.

假如有一部分世界上存在的事物不能给观测者传递信息, 那么上面的逻辑推理是不完备的.

实验 B 和狭义相对论只能说明, 无法通过实验 B 观察到 A, 但不能证明 A 的不在. 如果所有与 A 相关的实验 D、E、F、G、H... 都无法观察到 A 的信息, 这才可以断定 A 与我们现实世界无关, 证明 A 的不存在.

并且这个所有这些 A 相关的实验的类型还需要具备完整性, 尽可能穷举遍历所有可能的情况. 即使受限于实验条件的限制, 人类只能处理离散数据, 并不能处理无穷的数据, 只能选取概率上置信度较高的作为认定的标准, 要做到实验的尽可能的完备性, 只能选择一些典型的有限的实验. 迈克耳孙-莫雷实验以及相类似的实验比较单调, 并不能说明 A 相关的实验都无法观察到 A 的信息, 也不能证明 A 的不存在.

代表绝对时空的以太是抛弃还是保留, 可行的判断办法只有两个:

1 选择大量的典型的有限的覆盖面尽可能广的实验, 继续无法观察到以太的信息, 增加以太的不存在的可信度.

2 找到一个实验, 能够观察到以太的信息, 从而证明以太的存在.

前面第 12 章节中, 使用新诞生的物质暗物质粒子对的低温黑体辐射成功地无矛盾地解释了宇宙微波背景辐射的来源, 同时这个解释支持了以太的存在.

迈克耳孙-莫雷实验和狭义相对论得出的结论, 如果严谨一点, 并不能否定以太的存在, 只能说不能证明以太的存在.

综合看来, 以太存在于我们的宇宙这个命题更有可能为真, 如果再增加一个实验能够证明以太存在的话, 以太存在的可信度将大大提高, 甚至于到达 100%.

这样一个关键的实验就藏在狭义相对论相关论文中, 而且是一个非常重要的实验.

爱因斯坦在论文《论动体的电动力学》中首次推导出洛伦兹变换的过程^[46]并不严谨, 存在拼凑的嫌疑. 论文同时讨论了另外一个惯性系的运动方向与 x 轴同向和反向的情况. 可能这样的情况并没有引起重视, 使得其他人认为在爱因斯坦的狭义相对论中推导出洛伦兹变换这个过程没有漏洞.

更为现代的从光速不变理论直接推导出洛伦兹变换的过程, 可以在《伯克利物理学教程 (SI 版) 第 1 卷 力学: 翻译版 原书第 2 版》中看到^[47], 这里使用待定系数法推导出洛伦兹变换. 伯克利物理学教程的推导过程遗漏了另外一个惯性系的运动方向与 x 轴反向的情况.

下面开始从狭义相对论推导出优势惯性系, 再推导出以太的存在.

设有两个惯性系 a 和 b, b 沿着 x 轴以速度 vx 相对于 a 运动. P 是一束光的轨迹点, 从惯性系 a 和惯性系 b 原点重合的时刻开始. 在惯性系 a 中测得 P 的坐标是 (x_a, y_a, z_a) , 时间是 t_a . 在惯性系 b 中测得 P 的坐标是 (x_b, y_b, z_b) , 时间是 t_b . 惯性系 a 和惯性系 b 原点重合的时候, $t_a = t_b = 0$. 有一个长度为 L 的尺子沿着 x 轴方向放置, 并且尺子与惯性系 b 保持相对静止. $L_{a \rightarrow b}$ 表示观察者在惯性系 a 中测量与惯性系 b 保持静止的尺子的长度, $L_{b \rightarrow b}$ 表示观察者在惯性系 b 中测量与惯性系 b 保持静止的尺子的长度. $T_{a \rightarrow b}$ 表示观察者在惯性系 a 中测量一束光从与惯性系 b 保持静止的尺子左端传播到右端花费的时间, $T_{b \rightarrow b}$ 表示观察者在惯性系 b 中测量一束光从与惯性系 b 保持静止的尺子左端传播到右端花费的时间. vx 的绝对值大小等于 v .

光在不同的惯性系速度相同.

$$x_a^2 + y_a^2 + z_a^2 = (ct_a)^2 \quad (18.3 - 1)$$

$$x_b^2 + y_b^2 + z_b^2 = (ct_b)^2 \quad (18.3 - 2)$$

两个惯性系之间存在线性关系

$$\{x_b = \epsilon t_a + \alpha x_a, y_b = y_a, z_b = z_a, t_b = \eta t_a + \delta x_a\} \quad (18.3 - 3)$$

尺子的观测长度与坐标的关系

$$\{x_{a2} - x_{a1} = L_{a \rightarrow b} = \mathcal{L}, x_{b2} - x_{b1} = L_{b \rightarrow b} = L\} \quad (18.3 - 4)$$

光通过尺子两端的测量时间与坐标的关系

$$\{t_{a2} - t_{a1} = T_{a \rightarrow b} = \mathcal{T}, t_{b2} - t_{b1} = T_{b \rightarrow b} = T\} \quad (18.3 - 5)$$

vx 与 x 轴同向

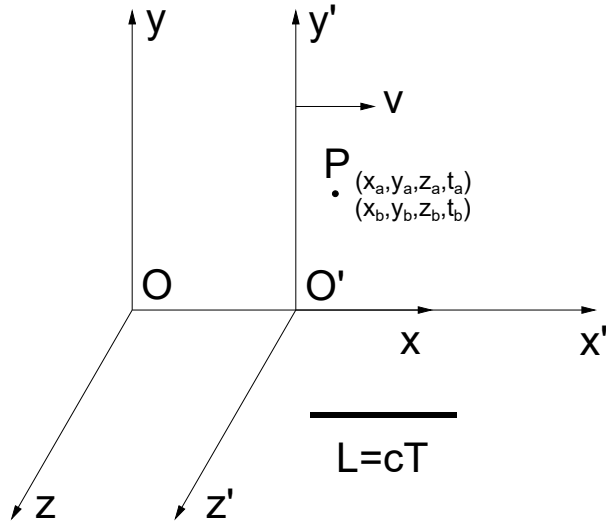


图 84 两个惯性系 a 和 b 示意图 1

Figure 84 Schematic diagram of two inertial systems a and b 1

两个惯性系 a 和 b 在重合的时候的微分关系

$$\{vx = v, \{x_b \rightarrow 0, dx_a/dt_a = v\}, \{x_a \rightarrow 0, dx_b/dt_b = -v\}\} \quad (18.3 - 6)$$

由 18.3 - 1、18.3 - 2、18.3 - 3、18.3 - 4、18.3 - 5、18.3 - 6 式可得

惯性系 a 的坐标转换为惯性系 b 的坐标

$$\left\{ x_b = \frac{x_a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{vt_a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, y_b = y_a, z_b = z_a, t_b = \frac{t_a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{vx_a}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\} \quad (18.3 - 7)$$

惯性系 b 的坐标转换为惯性系 a 的坐标

$$\left\{ x_a = \frac{x_b}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{vt_b}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, y_a = y_b, z_a = z_b, t_a = \frac{t_b}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{vx_b}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\} \quad (18.3 - 8)$$

长度收缩公式, 使用 L 和 T 表达

$$\frac{L_{a \rightarrow b}}{L_{b \rightarrow b}} = \frac{L + Tv}{L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \lim_{T \rightarrow 0} \frac{L + Tv}{L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (18.3 - 9)$$

长度收缩公式, 使用 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{T}$ 表达

$$\frac{L_{a \rightarrow b}}{L_{b \rightarrow b}} = \frac{\mathcal{L} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\mathcal{L} - \mathcal{T}v}, \lim_{\mathcal{T} \rightarrow 0} \frac{\mathcal{L} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\mathcal{L} - \mathcal{T}v} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (18.3 - 10)$$

时间膨胀公式, 使用 L 和 T 表达

$$\frac{T_{a \rightarrow b}}{T_{b \rightarrow b}} = \frac{c^2 T + Lv}{c^2 T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \lim_{L \rightarrow 0} \frac{c^2 T + Lv}{c^2 T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (18.3 - 11)$$

时间膨胀公式, 使用 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{T}$ 表达

$$\frac{T_{a \rightarrow b}}{T_{b \rightarrow a}} = \frac{c^2 \mathcal{T} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{c^2 \mathcal{T} - v \mathcal{L}}, \quad \lim_{\mathcal{L} \rightarrow 0} \frac{c^2 \mathcal{T} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{c^2 \mathcal{T} - v \mathcal{L}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (18.3 - 12)$$

vx 与 x 轴反向

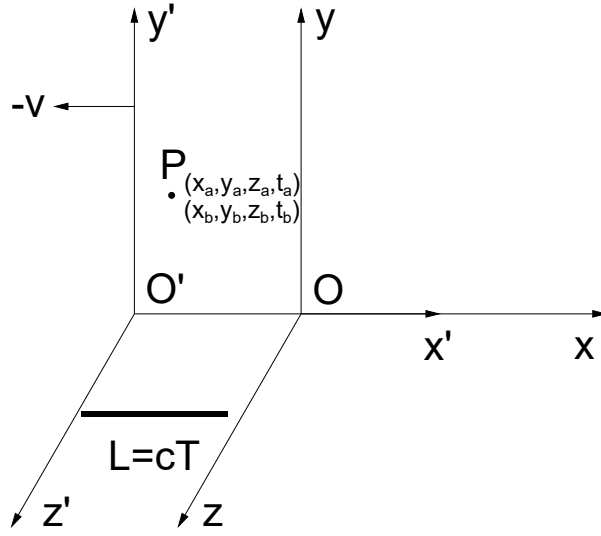


图 85 两个惯性系 a 和 b 示意图 2

Figure 85 Schematic diagram of two inertial systems a and b 2

两个惯性系 a 和 b 在重合的时候的微分关系

$$\{vx = -v, \{x_b \rightarrow 0, dx_a/dt_a = -v\}, \{x_a \rightarrow 0, dx_b/dt_b = v\}\} \quad (18.3 - 13)$$

由 18.3 - 1、18.3 - 2、18.3 - 3、18.3 - 4、18.3 - 5、18.3 - 13 式可得

惯性系 a 的坐标转换为惯性系 b 的坐标

$$\left\{ x_b = \frac{x_a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{vt_a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, y_b = y_a, z_b = z_a, t_b = \frac{t_a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{vx_a}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\} \quad (18.3 - 14)$$

惯性系 b 的坐标转换为惯性系 a 的坐标

$$\left\{ x_a = \frac{x_b}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{vt_b}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, y_a = y_b, z_a = z_b, t_a = \frac{t_b}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - \frac{vx_b}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right\} \quad (18.3 - 15)$$

长度收缩公式, 使用 L 和 T 表达

$$\frac{L_{a \rightarrow b}}{L_{b \rightarrow a}} = \frac{L - Tv}{L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \lim_{T \rightarrow 0} \frac{L - Tv}{L \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (18.3 - 16)$$

长度收缩公式, 使用 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{T}$ 表达

$$\frac{L_{a \rightarrow b}}{L_{b \rightarrow a}} = \frac{\mathcal{L} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\mathcal{T} v + \mathcal{L}}, \quad \lim_{\mathcal{T} \rightarrow 0} \frac{\mathcal{L} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\mathcal{T} v + \mathcal{L}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (18.3 - 17)$$

时间膨胀公式, 使用 L 和 T 表达

$$\frac{T_{a \rightarrow b}}{T_{b \rightarrow a}} = \frac{c^2 T - Lv}{c^2 T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \lim_{L \rightarrow 0} \frac{c^2 T - Lv}{c^2 T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (18.3 - 18)$$

时间膨胀公式, 使用 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{T}$ 表达

$$\frac{T_{a \rightarrow b}}{T_{b \rightarrow a}} = \frac{c^2 \mathcal{T} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{c^2 \mathcal{T} + v \mathcal{L}}, \lim_{\mathcal{L} \rightarrow 0} \frac{c^2 \mathcal{T} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{c^2 \mathcal{T} + v \mathcal{L}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (18.3 - 19)$$

vx 与 x 轴同向与 vx 与 x 轴反向两种情况下, 得到的惯性系 a 的坐标转换为惯性系 b 的坐标的公式、惯性系 b 的坐标转换为惯性系 a 的坐标的公式是不同的, 仔细检查公式, 两个结果是对称的, 两个惯性系 a 和 b 互换角色就能得到另一组公式.

使用 L 和 T 表达还是使用 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{T}$ 表达, 会导致长度收缩公式出现两个结果 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. 两个结果是对称的, 两个长度互换角色就能得到另一组公式.

使用 L 和 T 表达还是使用 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{T}$ 表达, 会导致时间膨胀公式出现两个结果 $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. 两个结果是对称的, 两个时段互换角色就能得到另一组公式.

长度收缩公式和时间膨胀公式都出现两个结果, 在目前的已知的条件下, 两个结果都是合理的. 那么增加一条规则, 为长度收缩公式和时间膨胀公式都做出选择, 而且只选择一个结果, 只要不与现有的物理规则相冲突, 这条规则应当是合理的.

规定:

当 vx 与 x 轴方向相同时, 使用 $\mathcal{L}$ 和 $\mathcal{T}$ 表达长度收缩公式和时间膨胀公式.

当 vx 与 x 轴方向相反时, 使用 L 和 T 表达长度收缩公式和时间膨胀公式.

上面的规则命名为 LT 选择规则. 增加这一规则, 使得 (vx 与 x 轴方向是相同还是相反) 与 (惯性系 a 的坐标转换为惯性系 b 的坐标的公式是洛伦兹变换式还是洛伦兹变换式的反变换式) 这两个事件的关联变换为 (vx 与 x 轴方向是相同还是相反) 与 ($L_{a \rightarrow b}$ 与 $L_{b \rightarrow a}$ 的大小关系) 这两个事件的关联, 这样使得研究的对象更为直观一些.

易得

$$\begin{aligned} \text{当 } vx \text{ 与 } x \text{ 轴方向相同时, } \frac{L_{a \rightarrow b}}{L_{b \rightarrow a}} &= \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, L_{a \rightarrow b} < L_{b \rightarrow a}. \\ \text{当 } vx \text{ 与 } x \text{ 轴方向相反时, } \frac{L_{a \rightarrow b}}{L_{b \rightarrow a}} &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, L_{a \rightarrow b} > L_{b \rightarrow a}. \end{aligned}$$

更改 vx 与 x 轴方向是否相同这个条件, 会得出 ($L_{a \rightarrow b}$ 大于 $L_{b \rightarrow a}$) 这个命题出现真和假两个结果.

更改实验条件, 会得出两个不同的结果. 这个实验条件是坐标系 x 轴的方向, 一般我们认为, 坐标系的方向选择, 不会改变物理规律的是实验结果, 这里却恰恰发生了.

逻辑学中排中律指出, 任何一个命题要么为真, 要么为假, 不存其他的情况. 前面的实验, 根据狭义相对论中现有的公式和条件, 却得出真假同时存在的现象.

出现矛盾.

$L_{a \rightarrow b}$ 是否大于 $L_{b \rightarrow a}$ 这个命题用 $Event_L$ 来表示.

vx 与 x 轴方向是否相同这个命题用 $Event_vx$ 来表示.

$Event_vx$ 的取值确实可以改变 $Event_L$, 假设 $Event_vx$ 和 $Event_L$ 之间存在一种函数关系 f , 使得:

$$Event_L = f(Event_vx, \dots) \quad (18.3 - 20)$$

当函数 f 只存在一个输入参数的时候

$$Event_L = f(Event_vx) \quad (18.3 - 21)$$

易得

$$(f(x) = x) \vee (f(x) = !x) \quad (18.3 - 22)$$

显然函数 f 只存在一个输入参数这种情况下并不符合排中律.

那么函数 f 存在大于等于 2 个输入参数为真.

下面尝试函数 f 存在 2 个输入参数的情况.

新增加的输入参数是命题 (b 坐标系是否优势坐标系), 并用 $Event_b$ 来表示它.

表 16 长度收缩公式与优势坐标系、坐标系速度的关系

Table 16 Relationship between length contraction formula and dominant coordinate system and coordinate system velocity

vx 与 x 轴方向是否同向	b 坐标系是否优势坐标系	$L_{a \rightarrow b}$ 是否大于 $L_{b \rightarrow b}$
是	是	否
是	否	是
否	是	是
否	否	否

注意, 上表中已经对长度收缩公式不同选项做出了选择, 选择的依据是相关速度时间膨胀实验结果. 比如, 通过衰变比例和平均寿命计算 μ 子穿过大气层路程, 使用经典力学得出的结果是实际大气层厚度的 16 倍多, 使用狭义相对论的长度收缩公式可以得到与大气层厚度相近的结果.

把上面的表格转换为布尔代数

表 17 长度收缩公式与优势坐标系、坐标系速度的关系 (布尔函数)

Table 17 Relationship between length contraction formula and dominant coordinate system, coordinate system velocity (Boolean function)

$Event_vx$	$Event_b$	$Event_L$	$Event_vx \text{ xor } Event_b$
1	1	0	0
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

$$Event_L = Event_vx \text{ xor } Event_b \quad (18.3 - 23)$$

易得

$$f(x, y) = x \text{ xor } y \quad (18.3 - 24)$$

现在, $Event_L$ 的取值是唯一的了, 那么 $L_{a \rightarrow b}$ 大于 $L_{b \rightarrow b}$ 这个命题的真假是唯一的了. $Event_vx$ 和 $Event_L$ 存在一种函数关系 f 已经找到.

通过增加了 LT 选择规则和公式 18.3 - 23 这个两个规则, 使得狭义相对论中同一个物理量出现两种结果违反排中律的矛盾得以解决, 同时使得长度收缩公式和时间膨胀公式符合实际物理实验的观测结果.

新增命题 (a 坐标系是否优势坐标系), 并用 $Event_a$ 来表示它.

函数 f 存在反函数, 可以通过找到新的函数 $f1$ 和 $f2$, 使得:

$f1(x, y)$ 输入 $Event_L$ 和 $Event_vx$ 得到 $Event_a$.

$f2(x, y)$ 输入 $Event_L$ 和 $Event_vx$ 得到 $Event_b$.

表 18 优势坐标系与长度收缩公式、坐标系速度的关系 (布尔函数)

Table 18 Relationship between dominant coordinate system and length contraction formula, coordinate system velocity (Boolean function)

$Event_L$	$Event_vx$	$Event_a$	$Event_b$	$Event_L \text{ xnor } Event_vx$	$Event_L \text{ xor } Event_vx$
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1

1	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---

分析表格得到下面的恒等式:

$$Event_a = Event_L \text{ xnor } Event_vx \tag{18.3 - 25}$$

$$Event_b = Event_L \text{ xor } Event_vx \tag{18.3 - 26}$$

易得

$$f1(x,y) = x \text{ xnor } y \tag{18.3 - 27}$$

$$f2(x,y) = x \text{ xor } y \tag{18.3 - 28}$$

通过对 (vx 与 x 轴方向是否同向的布尔值) 和 (La→b 是否大于 Lb→b 的布尔值) 的同或运算或者异或运算, 可以判断 a 惯性系和 b 惯性系中哪一个惯性系是优势惯性系.

哪一个惯性系是优势惯性系, 存在两个可能结果:

$$1 \ a \leftarrow b$$

$$2 \ a \rightarrow b$$

双箭头的指向是优势惯性系.

第 1 个结果,a 惯性系是优势惯性系,b 惯性系是非优势惯性系.

第 2 个结果,a 惯性系是非优势惯性系,b 惯性系是优势惯性系.

a 惯性系和 b 惯性系二者之间的关系是一个简单的矢量指向关系, 一个优先级的关系.

假设存在无穷多个惯性系, 每个惯性系的速度都不同, 通过上面的矢量指向的层层迭代和优先级的层层叠加, 最终会指向唯一的一个惯性系, 这个惯性系比其他的惯性系的优先级都高, 成为所有其他惯性系的优势惯性系, 这个惯性系就是代表绝对时空的以太所在的惯性系.

以太所在的惯性系可以称为恒优势惯性系.

恒优势惯性系与其他惯性系的迭代关系如下图所示:

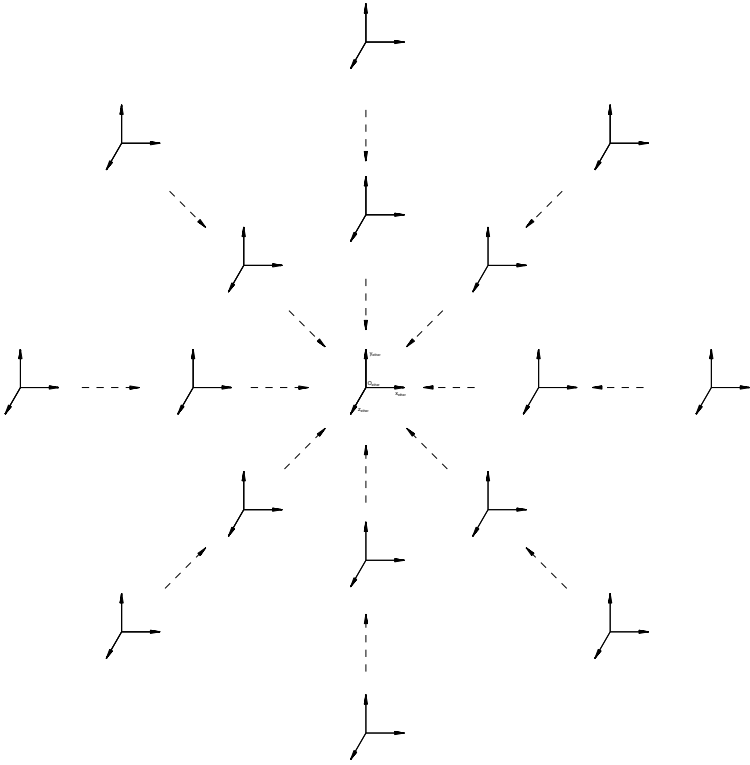


图 86 恒优势惯性系示意图

Figure 86 Schematic diagram of the constant dominance inertial system

可见, 存在一系列实验, 能够观察到以太的信息, 证明了以太的存在, 以太不是多余的, 应该保留.

18.4 广义相对论的强等效原理并不成立

这里的等效原理指的是, 爱因斯坦在广义相对论论文中提出的强等效原理. 原文如下:

《关于相对性原理和由此得出的结论》1908 年 1 月

我们考察两个参照系 Σ_1 和 Σ_2 . Σ_1 在它的 x 轴方向加速运动, γ 是这个加速度的值 (不因时间而变). Σ_2 是静止的, 但是它处在一个均匀的引力场中, 这个引力场赋予一切物体在 x 轴方向一个加速度 $-\gamma$. 就我们所知, 无法把参照于 Σ_1 的物理定律同参照于 Σ_2 的物理定律区别开来, 这是由于一切物体在引力场中都被同样地加速. 因此, 在我们的现有经验水平的情况下, 我们没有理由假设参照系 Σ_1 和参照系 Σ_2 在某一方面彼此是有差别的, 所以我们在下面将假设: 引力场同参照系的相当的加速度在物理上完全等价. 这个假设把相对性原理扩展到参照系作均匀加速平移运动的情况. 这个假设的启发性意义在于, 它允许用一个均匀加速参照系来代替一个均匀引力场, 而均匀加速参照系的这种情况, 从理论研究的观点看来, 在一定程度上是可以接受的. ^[48]

《广义相对论基础》1916 年 5 月

在可以想象到的所有空间 R_1, R_1 等, 不管它们之间有什么样的相对运动, 在不修补上述认识论的障碍之下, 其中没有哪一个是可以先验地被看成是优越的空间: 物理定律必须具有这样的性质, 即它们必须能适用于做任何运动的参考系. 自然界的普遍定律由一些方程来描写, 这些方程对所有坐标系都同等适用, 这就是说, 这些方程对于不管什么样的任意坐标代换都是协变的 (普遍协变的). ^[49]

爱因斯坦认为用一个均匀加速参照系来代替一个均匀引力场是可行的.

这里表述的观点是, 本文认为一个均匀加速参照系和相同加速度的一个均匀引力场二者并不等价.

原因如下:

1 根据史瓦西解和牛顿万有引力定律, 只有距离中心天体无穷远处的重力场近似于平行的不变的, 但是无穷远处的重力加速度近似等于 0. 均匀加速参照系加速度平行的不变的, 加速度大小大于 0, 并不是近似等于 0.

2 重力场本身会对空间不同位置的时间度规产生影响. 均匀加速参照系中时间的度规只会随着参照系的运动速度而变化, 当均匀加速参照系的运动速度等于 0, 加速度不等于 0 时, 均匀加速参照系中时间的度规等于平直均匀的闵可夫斯基时空的度规.

3 均匀加速参照系的加速力一般是电磁力, 而重力场加速的力是重力, 二者性质不同.

所以, 一个电磁力为加速作用力的均匀加速参照系与相应的重力场并不等价. 一个电磁力为加速作用力的均匀加速参照系中, 加速度本身并不会改变时间的度规, 唯一能改变时间度规的是这个参照系的速度.

18.5 双生子佯谬新的解释

双生子佯谬 (Twin paradox) 是一个有关狭义相对论的思想实验. 有一对双胞胎兄弟, 一个登上超高速飞船作长时间的太空旅行, 而另一个留在地球. 结果当旅行者回到地球后, 他发现自己比留在地球的兄弟更年轻. ⁹⁰

这个结果似乎与狭义相对论矛盾: 狭义相对论所探讨的是物体惯性参考系的相对运动, 比方说物体 A 为观察者, 观察到物体 B 等速率远离自身. 反之, 物体 B 也会认为物体 A 等速率离开自身, 根据狭义相对论, 物体 A 会认为物体 B 的时钟走慢了, 物体 B 也会认为物体 A 的时钟走慢了. 狭义相对论指出所有观测者都有同等意义, 没有任何一个参考系是会获得优待的. 因此, 旅行者觉得回到地球后会看见比他本人更年轻的双胞胎兄弟, 但他兄弟的想法却恰好相反. ⁹⁰

爱因斯坦甚至认为, “没有哪一个是可以先验地被看成是优越的空间”.

前面的分析可以得出, 不同惯性系之间的优先级并不等价, 并且存在一个恒优势惯性系. 这个结论与爱因斯坦的观点完全相反.

假设留在地球的双胞胎是弟弟, 登上超高速飞船的是双胞胎哥哥. 使用狭义相对论中的优势惯性系可以很好地解释双生子佯谬的矛盾, 原有的狭义相对论认为两个惯性系之间是平权的, 但事实是二者并不平权, 地球在以太中的速度大致等于太阳相对于宇宙微波背景辐射参考系的速度, 这个速度为 369.82 ± 0.11 km/s. 这个速度比较小, 可以近似认为留在地球的双胞胎弟弟位于以太的惯性系, 登上超高速飞船的双胞胎哥哥相对于以太做高速运

动,飞船速度越快,相对于以太的惯性系他的时间过得越慢. 双胞胎哥哥的固有时与飞船的运动速度绝对值相关,与速度的方向无关. 仅仅从狭义相对论的角度,如果飞船的速度远远大于地球在以太中的运动速度,双生子佯谬结果是,双胞胎哥哥返回地球后,双胞胎哥哥比弟弟年轻.

爱因斯坦关于双生子佯谬的观点如下:

《编者按）爱因斯坦同德国反相对论者的冲突》 Gehrcke 和爱因斯坦都曾出席柏林大学实验物理学教授 Heinrich Rubens(1865-1922) 组织的星期三物理讨论会.1914 年 5 月 20 日和 27 日会议的主题是讨论相对论. 这看来使 Gehrcke 有机会要求爱因斯坦说明时钟佯谬和时间的相对性: 一只相对于在惯性系静止的同步时钟 A 运动的时钟 B 将会变慢. 此外, 如果钟 B 沿闭合路径旅行返回与钟 A 相遇, 那么钟 B 将显示出逝去的时间比钟 A 显示的少.Gehrcke 相信这会导致直接矛盾, 因为同样也可将钟 B 看做静止而钟 A 相对于它运动. 他向爱因斯坦提出这个问题, 后者回答说运动的钟 B 落后是因为与钟 A 不同, 它受到了加速. 爱因斯坦解释说, 这种加速与两个钟之间的时间差值无关, 但其存在导致了钟 B 而不是钟 A 的变慢:“加速运动在相对论中是绝对的.” [50]
《关于反对相对论的对话》1918 年 11 月 我们必须仔细注意, 左右两栏描述的是同样的过程, 但左边的描述是相对于坐标系 K, 而右边的描述是相对于坐标系 K'. 根据这两种描述, 在所考察的过程结束时, 都是钟 U² 落后 U¹ 一定的量. 相对于坐标系 K', 该现象按下列方式解释: 在步骤 2 和步骤 4 期间, 以速度 v 运动的钟 U¹ 的速率确实比静止的钟 U² 慢. 但时间延迟被步骤 3 期间 U¹ 较快的速率过度补偿. 因为, 根据广义相对论, 一只钟所在地的引力势越高, 其速率就增加得越快; 在步骤 3 期间 U² 确实处在引力势高于 U¹ 的地方 (中译者注: 这里 U² 应与 U¹ 交换). 计算表明, 指针超前量正好是在步骤 2 和步骤 4 期间延迟量的两倍. 这一分析就完全澄清了你所说的佯谬. [51]
《我对反相对论公司 (团体) 的答复》1920 年 8 月 Gehrcke 先生宣称相对论会导致唯我论, 所有专家都会把这个断言当做笑话来看待. 他的根据是两只钟 (或孪生子) 的著名例子. 其中一个相对于惯性系作往返旅行, 而另一个不动; 他断言在这种情况下相对论会导致真正荒唐的结果: 紧靠在一起的两只钟每一只都比对方慢——尽管许多杰出的相对论专家已经 (通过口头或书面) 证明他的说法是错误的. 我只能把这看做是故意试图误导门外汉. [52]

双生子佯谬解释第一种解决方案是闵可夫斯基时空保持静止的双胞胎兄弟世界线长度最短. 德国物理学家马克斯·冯·劳厄 (Max von Laue) 对于双生子佯谬解释是, 在闵可夫斯基时空中, 双胞胎兄弟在四维时空各自留下轨迹, 持续时间方向的曲线中, 直线连接具有最长的自身时间. [53]

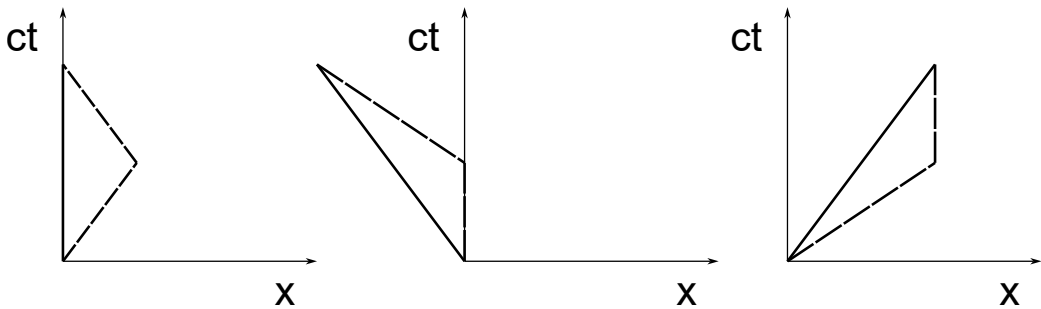


图 87 双生子佯谬的闵可夫斯基图

Figure 87 Minkowski diagram for the twin paradox

上图中, 假设双胞胎哥哥离开地球的速度是 v , 返回地球的速度的是 $-v$, 不考虑加速和减速过程. 分别在速度是 0 、 v 、 $-v$ 的惯性系中绘制双胞胎的世界线. 实线代表双胞胎弟弟, 虚线代表双胞胎哥哥.

闵可夫斯基时空两点的长度

$$\Delta s = \sqrt{-\Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (18.5 - 1)$$

不考虑 y、z 方向, 仅仅考虑 x 方向的空间距离, 闵可夫斯基时空两点的长度变为

$$\Delta s = \sqrt{-\Delta t^2 + \Delta x^2} \quad (18.5 - 2)$$

闵可夫斯基图两点的视觉长度

$$\Delta s_e = \sqrt{\Delta t^2 + \Delta x^2} \quad (18.5 - 3)$$

闵可夫斯基时空两点的长度与闵可夫斯基图两点的视觉长度并不存在严格的单调递增和单调递减函数关系. 仅仅用视觉上世界线是直线, 直线距离最短就得到这条世界线的时间最长, 这样的推理并不严谨. 带有质量的物体的世界线长度是虚数, 它的世界线长度的平方是负数, 世界线长度和世界线视觉长度是一个虚数乘积关系.

前面的推理隐含了可以用世界线长度的平方代替世界线长度的假设. 因为世界线长度的平方是负数, 世界线视觉长度的平方是正数, 所以得出二者存在单调递减函数关系的结论. 接下来, 因为世界线视觉长度最短, 所以世界线长度最长, 固有时最长. 世界线长度的平方代替世界线长度, 在上面的情况中, 只有在世界线长度的平方大于 0 的情况下才是成立的, 在世界线长度的平方小于 0 的情况下是不成立的.

值得注意的是, 对双生子佯谬解释中还存在以下三种解决方案, 这些解决方案的学术来源是爱因斯坦的论文, 后人把它们提取并发展成独立的命题. 提及这三种解决方案有助于厘清相关概念.

1 狭义相对论的条件是两个惯性系, 双生子佯谬中双胞胎哥哥存在加速和减速的过程, 所以双胞胎哥哥不是处于惯性系中, 所以狭义相对论的时间膨胀并不适用.

2 双生子佯谬中双胞胎哥哥处于非惯性系, 爱因斯坦认为一个均匀加速参照系等价一个均匀引力场, 因为引力时间膨胀效应, 双胞胎哥哥会更年轻.

3 双胞胎哥哥在去程和返程之间的转向中出现时间跳跃.

下面对这三个解释进行反驳:

1 狭义相对论是建立在两个惯性系的基础上的, 但狭义相对论并没有证明对于存在加速度非惯性系时间膨胀并不适用.

2 假设从地球的时空参考系来看, 双胞胎哥哥的往返旅程一共花费 10 年, 加速和减速时间一共花费 4 秒. 加速和减速阶段等价于一个均匀引力场, 引力时间膨胀效应会让双胞胎哥哥的固有时变得更短, 但是双胞胎哥哥相对于地球时空参考系变得更年轻的时间最多不超过 4 秒. 随着加速减速时间的不断减小, 双胞胎哥哥和双胞胎弟弟的年龄接近相等. 这与双生子佯谬使用狭义相对论的时间膨胀公式计算的结果不一致, 出现矛盾. 故均匀加速参照系等价一个均匀引力场作为双生子佯谬原因的解释不成立.

3 时间必须是连续的, 时间出现跳跃不可接受.

优势惯性系和广义相对论的强等效原理并不成立的提出, 已经从根本上解决了双生子佯谬.

18.6 爱因斯坦引力场方程中能动张量和质量的定义的变动

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (18.6 - 1)$$

前面提到, 广义相对论的强等效原理并不成立. 一个均匀加速参照系和相同加速度的一个均匀引力场二者并不等价. 因此, 由引力提供的加速度和由其他力提供的加速度并不等价, 引力和其他力在四维时空造成的度规影响是不同的.

在爱因斯坦的原始论文以及现代广义相对论教程中, 将非重力部分添加到爱因斯坦场方程的能动张量中是不合适的.

只有静质量相关的能量有可能引起时空弯曲, 电磁场的能量不能引起时空弯曲. 压力能本质上需要除了重力外第三种力 (比如电磁力) 才可以产生, 属于其他力产生的能量.

爱因斯坦场方程中能动张量应去除电磁场能动张量, 去除压力能, 仅仅保留与静质量相关的能量.

$$T^{\mu\nu} = \rho u^{\mu}u^{\nu} \quad (18.6 - 2)$$

四维速度

$$u^\mu \equiv \frac{dx^\mu}{d\tau} \quad (18.6 - 3)$$

固有时间

$$d\tau = \sqrt{-g_{00}}dt \quad (18.6 - 4)$$

密度定义

$$\rho = \frac{M}{V_M} \quad (18.6 - 5)$$

上式中, M 代表产生引力场物质的质量, V_M 代表产生引力场物质的体积.

密度定义公式, 和更改后的能动张量代入爱因斯坦引力场方程

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4} \frac{M}{V_M} u^\mu u^\nu \quad (18.6 - 6)$$

在质量矢量化之后, 质量数是一个 c 类复数, 原始的爱因斯坦场方程中, 等式左边不含有 c 类复数, 等式右边的物理量 M 和 G 含有 c 类复数. 必须对等式右边的万有引力常数和质量的符号定义进行变动, 使得物理量 M 和 G 转变为实数, 才可以消除质量矢量化对爱因斯坦场方程带来的影响, 使得使用原来的实数体系仍然能够处理暗物质的重力.

分析两个物体的重力作用, m_1 代表大质量天体的质量, m_2 代表小质量微粒的质量, a 是小质量微粒的加速度. 联立牛顿第二运动定律和万有引力定律

$$F = m_2 a = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \quad (18.6 - 7)$$

变换可得加速度 a 的表达式

$$a = \frac{G}{r^2} \frac{m_1 m_2}{m_2} \quad (18.6 - 8)$$

上面的方程中, 万有引力常数 G 是 c 类复数, m_1 和 m_2 是质量数, 也属于 c 类复数. G 与 k^{-1} 相关.

把 G 做如下替换, 使得 G 转变为实数.

$$G \rightarrow G \frac{1}{k} \quad (18.6 - 9)$$

加速度 a 的表达式变为

$$a = \frac{G}{r^2} \frac{m_1 m_2}{m_2} \frac{1}{k} \quad (18.6 - 10)$$

定义相对质量数

$$M = \frac{m_1 m_2}{m_2} \frac{1}{k} \quad (18.6 - 11)$$

大质量天体和小质量微粒都含有物质和暗物质

$$m_1 = M_m k + M_d i \quad (18.6 - 12)$$

$$m_2 = m_m k + m_d i \quad (18.6 - 13)$$

使用 c 类复数运算规则恒等变换

$$\begin{aligned} \frac{m_1 m_2}{m_2} &= \frac{(M_m k + M_d i)(m_m k + m_d i)}{m_m k + m_d i} \\ &= \frac{M_m m_m + M_m m_d + M_d m_m - M_d m_d}{m_m + m_d} k \end{aligned} \quad (18.6 - 14)$$

$$M = \frac{M_m m_m + M_m m_d + M_d m_m - M_d m_d}{m_m + m_d} k \frac{1}{k} = \frac{M_m m_m + M_m m_d + M_d m_m - M_d m_d}{m_m + m_d} \quad (18.6 - 15)$$

可见相对质量数也是实数, 相对质量数是在考虑添加暗物质之后的等效质量数, 可用于引力势, 同样可以用于爱因斯坦场方程.

加速度 a 的表达式不再含有 c 类复数.

$$a = \frac{GM}{r^2} \quad (18.6 - 16)$$

把相对质量数代入爱因斯坦引力场方程

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} \frac{M_m m_m + M_m m_d + M_d m_m - M_d m_d}{m_m + m_d} \frac{1}{V_M} u^\mu u^\nu \quad (18.6 - 17)$$

时空弯曲是相对的, 暗物质与暗物质之间产生斥力场, 物质与物质之间产生引力场, 物质与暗物质之间产生引力场. 时空弯曲仅仅与受到重力相互作用的两个物体相对质量数有关.

当重力相互作用的两个物体都是只含有暗物质时, 爱因斯坦引力场方程变为

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\frac{8\pi G}{c^4} \frac{M_d}{V_M} u^\mu u^\nu \quad (18.6 - 18)$$

当重力相互作用的两个物体是混合均匀的, 两个物质的质量集中在一个点上, 把不同相对比例的物质暗物质看做一个整体时, 两个物体的质量满足等式 $M_m m_m + M_m m_d + M_d m_m - M_d m_d = 0$ 时, 二者之间的重力等于 0, 相对质量数等于 0, 时空没有弯曲, 是平直的闵氏时空.

如果从微观角度看, 物质微粒和暗物质微粒并未合为一体. 当这两个物体之间的总重力为 0 时, 两个物体中暗物质和物质微粒仍然处于相应的重力引力场和重力斥力场. 因此, 同一个物体中的物质微粒和暗物质微粒各自的空间度规和时间度规可能不相等.

18.7 速度时间膨胀和引力时间膨胀的结合

速度时间膨胀和引力时间膨胀的结合的典型例子就是全球定位系统 (Global Positioning System, GPS) 卫星与地面时间的同步.

狭义相对论认为高速移动物体的时间流逝得比静止的要慢. 每个 GPS 卫星时速为 1.4 万千米, 根据狭义相对论, 它的星载原子钟每天要比地球上的钟慢 7 微秒. 另一方面, 广义相对论认为引力对时间施加的影响更大, GPS 卫星位于距离地面大约 2 万千米的太空中, 由于 GPS 卫星的原子钟比在地球表面的原子钟重力位高, 星载时钟每天要快 45 微秒. 两者综合的结果是, 星载时钟每天大约比地面钟快 38 微秒.⁹¹

上一段文字来自北斗卫星导航系统网站.

意大利籍物理学教授 Cosimo Bambi 在《广义相对论导论》中也提到 GPS 卫星与地面 GPS 接收器的时间同步计算.^[54]

前面提到的两处 GPS 卫星的延时计算都是分别独立考虑狭义相对论延时和广义相对论延时, 最后把两个延时相加.

对于一个已经成功得到解决的物理现象, 如果仅仅是重复前人的成果, 那么这里重新提出来没有太大意义. 这里提出来原因是, 作者重新分析得出, 对于 GPS 卫星的狭义相对论延时和广义相对论延时结合, 前面提到的两处计算结果是正确的, 但计算公式并不是精确的.

速度时间膨胀和引力时间膨胀的结合流程可以表示为:

没有重力作用的没有相对运动的以太 → 被重力改变度规的以太 → 被相对运动改变度规的并且被重力改变度规的以太

(以太) → 被重力改变度规的 (以太) → 被相对运动改变度规的 (被重力改变度规的 (以太))

用 t 表示坐标时间.

被相对运动改变的固有时间

$$\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} t \quad (18.7 - 1)$$

被重力引力场改变的固有时间

$$\tau = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} t \quad (18.7 - 2)$$

上面分别是速度时间膨胀公式和引力时间膨胀公式

不考虑相对运动, 地球表面被重力引力场改变的固有时间

$$T_{land} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{land}}} t \quad (18.7 - 3)$$

不考虑相对运动, GPS 卫星所在的位置被重力引力场改变的固有时间

$$T_{gps} = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{gps}}} t \quad (18.7 - 4)$$

考虑 GPS 卫星运动后, GPS 卫星的固有时间是在原有被重力引力场改变的固有时间基础上, 实施速度时间膨胀

$$T_{gps_v} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} T_{gps} \quad (18.7 - 5)$$

联立上面的方程得到地球表面的固有时间 和 GPS 卫星固有时间的关系

$$T_{gps_v} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{gps}}}}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{land}}}} T_{land} \quad (18.7 - 6)$$

GPS 卫星轨道是圆形的, 万有引力提供向心力

$$\frac{GmM}{r_{gps}^2} = \frac{mv^2}{r_{gps}} \quad (18.7 - 7)$$

GPS 卫星轨道速度

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r_{gps}}} \quad (18.7 - 8)$$

GPS 卫星轨道速度代入速度时间膨胀系数

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{GM}{c^2 r_{gps}}} \quad (18.7 - 9)$$

地球表面固有时间和 GPS 卫星固有时间关系式

$$T_{gps_v} = \sqrt{1 - \frac{GM}{c^2 r_{gps}}} \frac{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{gps}}}}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{land}}}} T_{land} \quad (18.7 - 10)$$

令

$$\sqrt{1 - \frac{GM}{c^2 r_{gps}}} = 1 - k_1 \quad (18.7 - 11)$$

$$\frac{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{gps}}}}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_{land}}}} = 1 + k_2 \quad (18.7 - 12)$$

上面两个公式中, $-k_1$ 和 k_2 分别是速度时间膨胀相对系数和引力时间膨胀相对系数, $1 - k_1$ 和 $1 + k_2$ 分别是速度时间膨胀系数和引力时间膨胀系数

代入 $-k_1$ 和 k_2

$$T_{gps_v} = (1 - k_1)(1 + k_2)T_{land} = (1 + k_2 - k_1 - k_1k_2)T_{land} \quad (18.7 - 13)$$

GPS 卫星延时关系式

$$T_{gps_v} - T_{land} = (k_2 - k_1 - k_1k_2)T_{land} \quad (18.7 - 14)$$

上面公式中的已知的物理量:

$$r_{land} = 6371.0\text{km}, r_{gps} = 26559.8\text{km}, M = 5.97237 \times 10^{24}\text{kg}, c = 299792458\text{m}^1\text{s}^{-1}, G = 6.67430 \times 10^{-11}\text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$$

把这些物理量代入公式, 分别求得

$$k_1 = 8.34942 \times 10^{-11}$$

$$k_2 = 5.29163 \times 10^{-10}$$

仅考虑速度时间膨胀, 经过 24 小时的 GPS 卫星延时

$$-k_1 \times (60 \times 60 \times 24)\text{s} = -7.2139 \times 10^{-6}\text{s} = -7.2139\mu\text{s}$$

仅考虑引力时间膨胀, 经过 24 小时的 GPS 卫星延时

$$k_2 \times (60 \times 60 \times 24)\text{s} = 4.57197 \times 10^{-5}\text{s} = 45.7197\mu\text{s}$$

注意到相对于 k_1 和 k_2 , k_1k_2 的数量级非常小, 可以近似于 0.

$$k_1k_2 = 4.4182 \times 10^{-20} \approx 0$$

GPS 卫星延时的近似公式

$$T_{gps_v} - T_{land} \approx (k_2 - k_1)T_{land} \quad (18.7 - 15)$$

GPS 卫星延时的近似公式的计算结果

$$(k_2 - k_1) \times (60 \times 60 \times 24)\text{s} = 3.85058 \times 10^{-5}\text{s} = 38.5058\mu\text{s}$$

GPS 卫星延时关系式的计算结果

$$(k_2 - k_1 - k_1k_2) \times (60 \times 60 \times 24)\text{s} = 3.85057 \times 10^{-5}\text{s} = 38.5057\mu\text{s}$$

可见, GPS 卫星延时的近似公式和 GPS 卫星延时关系式计算结果相差不大.

速度时间膨胀和引力时间膨胀的结合后的延时计算, 分别独立考虑狭义相对论延时和广义相对论延时, 最后把两个延时相加. 这种计算方法对于 GPS 卫星所以能够成立, 原因是 GPS 卫星的速度时间膨胀相对系数和引力时间膨胀相对系数法的乘积数量级比较小. 速度时间膨胀和引力时间膨胀的结合, 底层原因并不是速度时间膨胀相对系数和引力时间膨胀相对系数线性叠加, 而是速度时间膨胀系数和引力时间膨胀系数乘积.

在这里, 坐标时间作为 GPS 卫星和地球地面两个位置固有时间比较的联系纽带, 不可或缺. 类似的情况还有引力红移公式, 在引力红移公式推导过程中, 同一束光在经过不同引力势的两点, 两点的固有时间相比较的联系纽带就是坐标时间. 坐标时间真实存在, 并不是虚构的, 并具有物理意义, 坐标时间就是没有重力作用的没有相对运动的以太的固有时间.

18.8 相对论相关原理变动的验证实验

a. 在真空中有两个大质量的球体 A 和 B. 当 A 保持静止, B 接近光速时, 测量 A 和 B 在距离等于 L 时的万有引力. 当 A 和 B 都接近光速时, 测量 A 和 B 在距离等于 L 时的万有引力. 前述接近光速的实验条件也可以换成其他速度, 只要能够引起显著的相对论效应. 验证 A 和 B 之间的万有引力与 A 和 B 的相对性质量相关还是静质量相关.

预期结果: 万有引力与相对性质量无关, 仅仅与静质量有关.

b. 在真空中有两个球体 A 和 B, 球体 A 的质量较大, 球体 B 的质量几乎为 0. 另外还有两个球体 C 和 D, C 和 D 质量相同. A 和 C 不带电荷, B 和 D 带电荷, A 和 C 之间的万有引力等于 B 和 D 之间的库仑力, A 和 D 之

间的距离等于 B 和 C 之间的距离. 测量 C 的固有时和 D 的固有时, 并进行快慢比较. 验证电场力是否能够像引力一样改变时间度规. 更换实验条件, 把电场力换成磁场力, 重新在新的条件下进行实验.

预期结果: 电磁力和电磁力相关的能动张量不能改变时间度规, 能够改变时间度规的只有运动和重力.

c. 在一个高速飞行的宇宙飞船中, 飞船的速度等于 $1/2$ 光速, 在飞船上制造引力波. 在飞船上测量引力波传播速度, 同时也在静止参考系测量引力波的传播速度. 已知在静止参考系产生的引力波的传播速度等于光速. 前面的飞船的速度等于 $1/2$ 光速的实验条件也可以换成其他速度, 只要能够引起显著的相对论效应. 验证引力波的传播速度与飞船的速度之间是否满足相对论速度加法公式和伽利略变换公式.

预期结果: 引力波的传播速度与引力波所在惯性系的速度之间不满足相对论速度加法公式, 引力波在以太的坐标系中的传播速度等于光速, 其他惯性系测量的引力波传播速度满足伽利略变换公式, 使用以太的坐标系中的时间和空间作为基准, 这个速度应该在 $0-2c$ 之间. 电磁波也在以太中传播, 虽然以太参考系与电磁波源相对速度可以改变电磁波的时间度规和空间度规, 但不会改变电磁波在不同惯性系中的传播速度.

上面的实验结果可以对现有理论的重新评估或修正, 包括广义相对论与质量的关系, 电磁力与时空曲率的关系, 引力波的传播速度, 以太的存在.

19 时空虚数维度概念在量子力学领域的拓展

19.1 薛定谔方程的启发式推导过程的重现

引入时空的虚数维度, 似乎可以解决量子力学中信息传递超光速和因果倒置的问题.

薛定谔方程 (Schrödinger equation) 是量子力学基础方程之一, 由奥地利物理学家埃尔温·薛定谔 (Erwin Schrödinger) 于 1926 年发表.

在几个启发式假设的基础上, 薛定谔方程可以推导出来. ^[55] 大部分的量子力学教程, 常常把薛定谔方程作为一个基本的假设, 并没有展示薛定谔方程的推导过程.

重现薛定谔方程的推导过程有助于发现新的规律.

动能关系式

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (19.1 - 1)$$

动量关系式

$$p = mv \quad (19.1 - 2)$$

使用动量表示动能

$$E_k = \frac{p^2}{2m} \quad (19.1 - 3)$$

粒子的总能量等于动能和势能的和

$$E = E_k + V \quad (19.1 - 4)$$

代入 19.1 - 3 式

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \quad (19.1 - 5)$$

普朗克-爱因斯坦关系式

$$E = h\nu \quad (19.1 - 6)$$

角速度和频率的关系

$$\omega = 2\pi\nu \quad (19.1 - 7)$$

约化普朗克常数与普朗克常数的关系

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \quad (19.1 - 8)$$

19.1 - 7、19.1 - 8 式代入 19.1 - 6 式

$$E = \hbar\omega \quad (19.1 - 9)$$

物质波的波长与动量关系

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (19.1 - 10)$$

波数与波长的关系

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (19.1 - 11)$$

19.1 - 8、19.1 - 11 式代入 19.1 - 10 式

$$p = \hbar k \quad (19.1 - 12)$$

假设波函数是一个指数函数, 而且与虚数相关

$$\Psi = \Psi[x, t] = Ae^{i(kx - \omega t)} \quad (19.1 - 13)$$

波函数关于时间的导数

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\omega \Psi \quad (19.1 - 14)$$

变换可得

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \omega \Psi \quad (19.1 - 15)$$

波函数关于 x 的二次导数

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -k^2 \Psi \quad (19.1 - 16)$$

由 19.1 - 12、19.1 - 16 式可得

$$p^2 = \frac{p^2 \Psi}{\Psi} = \frac{\hbar^2 k^2 \Psi}{\Psi} = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \frac{1}{\Psi} \quad (19.1 - 17)$$

由 19.1 - 9、19.1 - 15 式可得

$$E = \frac{E \Psi}{\Psi} = \frac{\hbar \omega \Psi}{\Psi} = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \frac{1}{\Psi} \quad (19.1 - 18)$$

前面得到粒子的总能量与动量的关系

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \quad (19.1 - 5)$$

19.1 - 17、19.1 - 18 式代入 19.1 - 5 式

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \frac{1}{\Psi} = \frac{-\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \frac{1}{\Psi}}{2m} + V \quad (19.1 - 19)$$

变换可得一维空间薛定谔方程

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V \Psi \quad (19.1 - 20)$$

对波函数使用三角函数展开

$$Ae^{i(kx-\omega t)} = A \cos[kx - \omega t] + A \sin[kx - \omega t]i \quad (19.1 - 21)$$

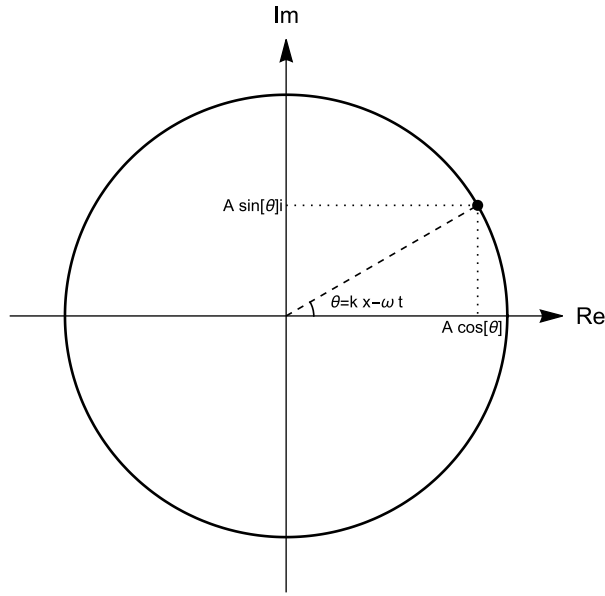


图 88 复平面中波函数的图像

Figure 88 Graph of the wave function in the complex plane

下面开始对这个波函数的三角展开进行解读.

任何一个微观世界的基本粒子, 可以分为空间和时间的实数部分和虚数部分. 假设我们能够观测到的世界称之为实世界, 我们包括实世界无法观测到的世界称为虚世界, 虚世界与实世界空间坐标一致.

玻恩定则 (Born rule) 指出在测量时找到处于给定状态的系统的概率密度与该状态下系统波函数的振幅的平方成正比. 它是由德国物理学家马克斯·玻恩 (Max Born) 于 19126 年提出的.

一个波函数自身与自身干涉, 并且产生波函数坍缩, 被我们所在的实世界观测到, 那么我们看到的是 $\Psi[x, t]^2$, 从而得到概率密度与波函数的振幅的平方成正比. 假设实世界等于微观世界的基本粒子的波函数坍缩部分, 并且其空间和时间维度只有实数部分, 虚世界等于微观世界的基本粒子的波函数未坍缩部分, 其空间和时间维度同时包含实数部分和虚数部分.

光子自身与自身干涉后形成一个可观测光子, 并且有了确定的路径, 这才可以被我们观测. 这其中包含两个条件:

- 我们只能看到的是时间和空间的实数维度. 即使光子的波函数存在时间和空间的虚数维度, 我们也无法观测.
- 光子的波函数在时间和空间的实数维度的分量, 自身与自身干涉形成坍缩. 如果光子的波函数在空间的实数维度的分量没有坍缩, 我们无法观测.

定义: 下文如非特别指名, 提及实世界和虚世界时, 忽略波函数在空间的实数维度的分量没有坍缩的部分, 这意味着微观世界的基本粒子波函数的时间和空间的实数部分对应于实世界, 时间和空间的虚数部分对应于虚世界.

观察发现, 推导出薛定谔方程, 依赖于波函数是复变函数并且与时间和空间相关的假设, 同时也依赖于能量守恒定理.

在这其中, 波函数对于时间的导数和波函数对于空间的二次导数的结果会影响能否推导出正确的薛定谔方程.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\omega \Psi \quad (19.1 - 14)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -k^2 \Psi \quad (19.1 - 16)$$

尝试变换波函数中时间系数与空间系数的正负号.

表 19 不同的时间系数与空间系数对 $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ 和 $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$ 的影响

Table 19 Effect of different time coefficients and space coefficients on $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ and $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$

Ψ	$Ae^{i(kx-\omega t)}$	$Ae^{i(kx+\omega t)}$	$Ae^{i(-kx+\omega t)}$	$Ae^{i(-kx-\omega t)}$
$\frac{\partial \Psi}{\partial t}$	$-iA\omega e^{i(kx-\omega t)}$	$iA\omega e^{i(kx+\omega t)}$	$iA\omega e^{i(-kx+\omega t)}$	$-iA\omega e^{i(-kx-\omega t)}$
$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$	$-Ak^2 e^{i(kx-\omega t)}$	$-Ak^2 e^{i(kx+\omega t)}$	$-Ak^2 e^{i(-kx+\omega t)}$	$-Ak^2 e^{i(-kx-\omega t)}$
$\frac{\partial \Psi}{\partial t}$	$-i\omega \Psi$	$i\omega \Psi$	$i\omega \Psi$	$-i\omega \Psi$
$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$	$-k^2 \Psi$	$-k^2 \Psi$	$-k^2 \Psi$	$-k^2 \Psi$

观察发现, 空间系数的正负号并不会影响波函数对于空间的二次导数的结果, 时间系数的正负号会影响波函数对于时间的导数的结果.

提取出波函数中与时间相关的部分

$$e^{i(-\omega t)}$$

那么 $-\omega t$ 尤其是这个时间系数的负号是否存在物理意义呢? 还是仅仅是一种数学上的结构呢?

回答这个问题, 需要波动力学或者光学的相关知识.

$Ae^{i(kx-\omega t)}$, $Ae^{i(kx+\omega t)}$, $Ae^{i(-kx+\omega t)}$, $Ae^{i(-kx-\omega t)}$ 这个四个波函数是简谐波函数的一维形式, 可以通过欧拉公式把复数指数形式的波函数转换为余弦函数和正弦函数的和.

令 k 和 ω 可以取正值也可以取负值, 得到前面四个波函数的一般形式 $Ae^{i(kx+\omega t)}$.

对这个波函数一般形式使用三角函数展开

$$Ae^{i(kx+\omega t)} = A \cos[kx + \omega t] + A \sin[kx + \omega t]i \quad (19.1 - 22)$$

波函数的实部 $A \cos[kx + \omega t]$, 相速度等于

$$v_p = -\frac{\omega}{k} \quad (19.1 - 23)$$

波函数 x 和 t 这两个变量的系数的正负值是否相同, 会影响相速度取值的正反. 恰好前面推导薛定谔方程中选择了其中一种情形, x 和 t 这两个变量的系数的正负值相反, 这导致 19.1 - 16 式中波函数对于时间的导数是负值. 如果一开始波函数选择 x 和 t 这两个变量的系数的正负值相同的形式, 那么波函数对于时间的导数会改变, 一维空间薛定谔方程也会改变.

当波函数中 x 和 t 这两个变量的系数的正负值相同的时候, 得到一维空间薛定谔方程的另一个版本

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi \quad (19.1 - 24)$$

19.2 从时空无关特性推导出带负号的时间虚数维度系数

下面尝试在一些假设的基础上推导出带有负号的时间系数.

笔者初期以为薛定谔方程只有一种版本, 也忽视了 x 和 t 这两个变量的系数的正负值会改变波函数的相速度这一合理的解释, 认为 $-\omega t$ 尤其是这个时间系数的负号有其他的解释. 在寻找答案过程中, 得到意外的收获.

第 4 章广义复数分类表中提到的复数和对复数可以构建指数函数和三角函数.

表 20 复数和对复数单位向量之间的乘法规则

Table 20 Rules for multiplication between unit vectors of complex numbers and paired complex numbers

z 类型	$k \cdot k$	$i \cdot i$	$k \cdot i$	$i \cdot k$
复数	$+k$	$-k$	$+i$	$+i$
对复数	$+k$	$-k$	$-i$	$-i$

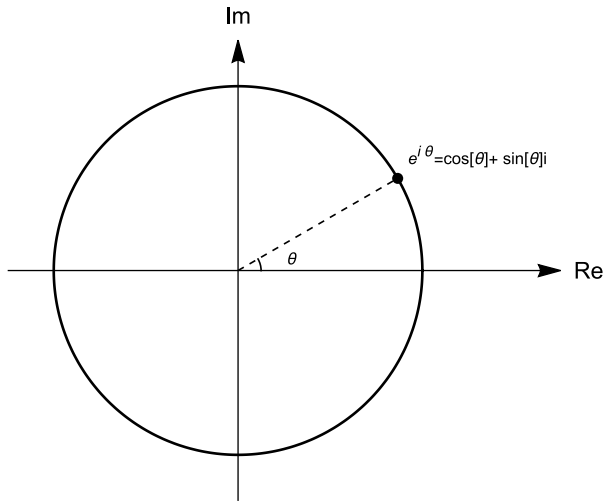


图 89 欧拉公式在复数的复平面中的图示
Figure 89 Graph of Euler's formula in the complex plane of complex numbers

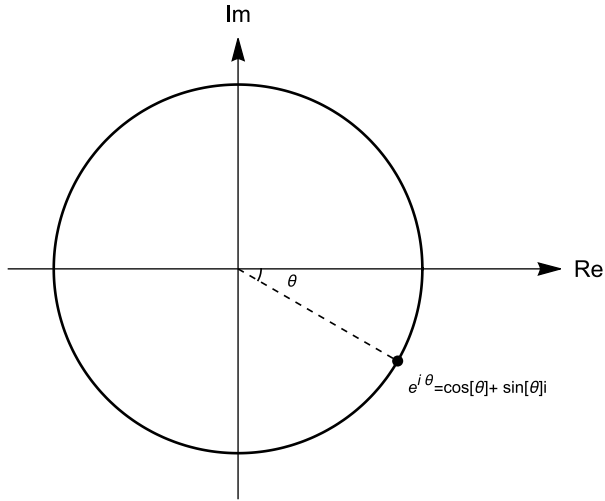


图 90 欧拉公式在对复数的复平面中的图示
Figure 90 Graph of Euler's formula in the complex plane of paired complex numbers

复数和对复数的差别在于三角函数的角度的正方向规定不同, 复数的三角函数的角度以逆时针方向为正, 对复数的三角函数的角度以顺时针方向为正. 在复数和对复数的基础上改变单位向量乘法的规则, 得到右旋复数和左旋复数.

表 21 右旋复数和左旋复数单位向量之间的乘法规则
Table 21 Rules for multiplication between unit vectors of right-handed complex numbers and left-handed complex numbers

z 类型	$k \cdot k$	$i \cdot i$	$k \cdot i$	$i \cdot k$
右旋复数	$+k$	$-k$	$+i$	$-i$
左旋复数	$+k$	$-k$	$-i$	$+i$

目前的物理体系空间的一个维度使用的是实数, 时间的维度使用的也是实数. 下面对空间的维度和时间维度的概念进行拓展.

假设空间的一个维度是右旋复数, 时间的维度是左旋复数. 空间维度相关的复数称为空间复数, 空间复数的实数单位向量和虚数单位向量用 k_s 和 i_s 表示. 时间维度相关的复数称为时间复数, 时间复数的实数单位向量和虚数单位向量用 k_t 和 i_t 表示. 不难发现, 右旋复数和左旋复数在指定实数单位向量和虚数单位向量乘积的先后顺序后, 右旋复数和左旋复数可以变成复数或对复数. 这意味着右旋复数和左旋复数也可以构建指数函数和三角函数.

向量的乘积包括标量积 (点积) 与向量积 (叉积).

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos[\theta] \quad (19.2 - 1)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin[\theta] \vec{n} \quad (19.2 - 2)$$

当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. 当 $\theta = 0$ 时, $\vec{a} \times \vec{b} = 0$.

物理中常用是空间坐标, 三个方向单位向量两两互相垂直. 不同方向的单位向量之间乘积选用标量积, 可以表达不同方向的单位向量无关的物理含义, 这个时候不同方向的单位向量之间标量积等于 0.

时空可以用三个空间维度和一个时间维度表示. 在一种空间维度中取得一种空间向量, 在时间维度中取得时间向量. 空间向量代表着空间维度的方向, 时间向量代表着时间维度的方向. 空间向量可以用空间复数来表示, 时间向量可以用时间复数来表示. 对向量的乘积进行拓展, 新的乘积就是两个向量的代数乘积. 代数乘积符号表示为 $\vec{a}\vec{b}$. 假设四维时空中, 使用不同维度的单位向量之间代数乘积等于 0, 来表达不同维度不相关的物理含义.

四维时空三个空间维度中的向量分别是 L_x 、 L_y 、 L_z , 时间维度中的向量是 L_t .

既然四维时空中不同维度不相关, 那么四个维度中的向量之间的代数乘积等于 0.

$$\{L_x L_y = 0, L_x L_z = 0, L_y L_z = 0, L_x L_t = 0, L_y L_t = 0, L_z L_t = 0\} \quad (19.2 - 3)$$

四个维度中的向量使用空间复数和时间复数表示

$$\{L_x = a_x k_s + b_x i_s, L_y = a_y k_s + b_y i_s, L_z = a_z k_s + b_z i_s, L_t = a_t k_t + b_t i_t\} \quad (19.2 - 4)$$

由右旋复数和左旋复数的单位向量运算规则, 可得

$$\{k_s k_s = k_s, i_s i_s = -k_s, k_s i_s = i_s, i_s k_s = -i_s\} \quad (19.2 - 5)$$

$$\{k_t k_t = k_t, i_t i_t = -k_t, k_t i_t = -i_t, i_t k_t = i_t\} \quad (19.2 - 6)$$

空间复数的实数单位向量和虚数单位向量用 k 和 i 表示, 并假设右旋复数的实数单位向量与左旋复数的实数单位向量相等.

$$\{k_s = k, i_s = i, k_t = k\} \quad (19.2 - 7)$$

上式分别代入 19.2 - 5、19.2 - 6 式, 得到

$$\{k^2 = k, i^2 = -k, ki = i, ik = -i\} \quad (19.2 - 8)$$

$$\{k^2 = k, i_t i_t = -k, k i_t = -i_t, i_t k = i_t\} \quad (19.2 - 9)$$

比较 19.2 - 8、19.2 - 9 式, 并联合 19.2 - 7 式, 得到

$$\{k_s = k, i_s = i, k_t = k, i_t = -i\} \quad (19.2 - 10)$$

上式代入 19.2 - 4 式, 得到

$$\{L_x = a_x k + b_x i, L_y = a_y k + b_y i, L_z = a_z k + b_z i, L_t = a_t k - b_t i\} \quad (19.2 - 11)$$

空间向量与时间向量的乘积

$$\begin{aligned}
L_x L_t &= (a_x k + b_x i)(a_t k - b_t i) \\
&= a_t a_x k^2 - a_x b_t k i + a_t b_x i k - b_t b_x i^2 \\
&= (a_t a_x + b_t b_x) k + (-a_x b_t - a_t b_x) i
\end{aligned} \tag{19.2 - 12}$$

上式恒等于 0, 意味着单位向量前面的系数等于 0.

$$\{a_t a_x + b_t b_x = 0, -a_x b_t - a_t b_x = 0\} \tag{19.2 - 13}$$

解上面的方程组, 得到

$$((b_x = -a_x) \wedge (b_t = a_t)) \vee ((b_x = a_x) \wedge (b_t = -a_t)) \tag{19.2 - 14}$$

类似的, 可以得到

$$((b_y = -a_y) \wedge (b_t = a_t)) \vee ((b_y = a_y) \wedge (b_t = -a_t)) \tag{19.2 - 15}$$

$$((b_z = -a_z) \wedge (b_t = a_t)) \vee ((b_z = a_z) \wedge (b_t = -a_t)) \tag{19.2 - 16}$$

空间向量与空间向量的乘积

$$\begin{aligned}
L_x L_y &= (a_x k + b_x i)(a_y k + b_y i) \\
&= a_x a_y k^2 + a_x b_y k i + a_y b_x i k + b_x b_y i^2 \\
&= (a_x a_y - b_x b_y) k + (a_x b_y + a_y b_x) i
\end{aligned} \tag{19.2 - 17}$$

上式恒等于 0, 意味着单位向量前面的系数等于 0.

$$\{a_x a_y - b_x b_y = 0, a_x b_y + a_y b_x = 0\} \tag{19.2 - 18}$$

解上面的方程组, 得到

$$((b_x = -a_x) \wedge (b_y = -a_y)) \vee ((b_x = a_x) \wedge (b_y = a_y)) \tag{19.2 - 19}$$

类似的, 可以得到

$$((b_x = -a_x) \wedge (b_z = -a_z)) \vee ((b_x = a_x) \wedge (b_z = a_z)) \tag{19.2 - 20}$$

$$((b_y = -a_y) \wedge (b_z = -a_z)) \vee ((b_y = a_y) \wedge (b_z = a_z)) \tag{19.2 - 21}$$

合并 19.2 - 14、19.2 - 15、19.2 - 16、19.2 - 19、19.2 - 20、19.2 - 21 式, 得到四个维度中的向量的系数存在 2 组解

$$\begin{aligned}
&\{a_z = -b_z, a_y = -b_y, a_x = -b_x, a_t = b_t\}, \\
&\{a_z = b_z, a_y = b_y, a_x = b_x, a_t = -b_t\}
\end{aligned} \tag{19.2 - 22}$$

四个维度中的向量使用有序对表示

$$\{L_x = (a_x, b_x), L_y = (a_y, b_y), L_z = (a_z, b_z), L_t = (a_t, b_t)\} \tag{19.2 - 23}$$

19.2 - 23 式代入系数的第 1 组解

$$\{L_x = (a_x, -a_x), L_y = (a_y, -a_y), L_z = (a_z, -a_z), L_t = (a_t, a_t)\} \tag{19.2 - 24}$$

19.2 - 23 式代入系数的第 2 组解

$$\{L_x = (a_x, a_x), L_y = (a_y, a_y), L_z = (a_z, a_z), L_t = (a_t, -a_t)\} \quad (19.2 - 25)$$

令

$$\{a_x = X, a_y = Y, a_z = Z, a_t = T\} \quad (19.2 - 26)$$

四个维度中的向量第 1 组解变为

$$\{L_x = (X, -X), L_y = (Y, -Y), L_z = (Z, -Z), L_t = (T, T)\} \quad (19.2 - 27)$$

四个维度中的向量第 2 组解变为

$$\{L_x = (X, X), L_y = (Y, Y), L_z = (Z, Z), L_t = (T, -T)\} \quad (19.2 - 28)$$

第 2 组解中时间的虚数维度的系数出现了负号, 正是前面需要的结果, 选择第 2 组解, 舍弃第 1 组解.

更换定义, 假设空间复数是左旋复数, 时间复数是右旋复数, 可以得到一样的结果. 更换四个时空维度中的向量之间的乘积先后顺序, 结果不变.

前面得到时间复数和空间复数的关系式

$$\{k^2 = k, i^2 = -k, ki = i, ik = -i\} \quad (19.2 - 8)$$

$$\{k_s = k, i_s = i, k_t = k, i_t = -i\} \quad (19.2 - 10)$$

假设实世界对应于单位向量序列 (k_s, k_s, k_s, k_t) , 虚世界对应于单位向量序列 (i_s, i_s, i_s, i_t) . 假设一束光沿着 x 轴方向传播, L_x 是这束光的空间向量, L_t 是这束光的时间向量. 实世界中这束光的向量是 $(a_x k_s, a_y k_s, a_z k_s, a_t k_t)$, 虚世界这束光的向量是 $(b_x i_s, b_y i_s, b_z i_s, b_t i_t)$.

在实世界中

$$X = cT \quad (19.2 - 29)$$

添加实数单位向量

$$Xk = cTk \quad (19.2 - 30)$$

$$Xk_s = cTk_t \quad (19.2 - 31)$$

统一使用时间实数单位向量

$$Xk_t = cTk_t \quad (19.2 - 32)$$

添加虚数单位向量

$$Xi = c(-T)(-i) \quad (19.2 - 33)$$

$$Xi_s = c(-T)i_t \quad (19.2 - 34)$$

统一使用时间虚数单位向量

$$(-X)(-i) = c(-T)(-i) \quad (19.2 - 35)$$

$$(-X)i_t = c(-T)i_t \quad (19.2 - 36)$$

忽略单位向量, 在实世界中

$$X = cT \quad (19.2 - 29)$$

忽略单位向量, 在虚世界中

$$(-X) = c(-T) \quad (19.2 - 37)$$

假设这束光在实世界的起点是 $P_1 (x_1, y_1)$, 终点是 $P_2 (x_2, y_1)$. 参考系仅仅考虑 x 维度和 y 维度, 实世界这束光的向量是 $(X, 0)$, 虚世界这束光的向量是 $(-X, 0)$.

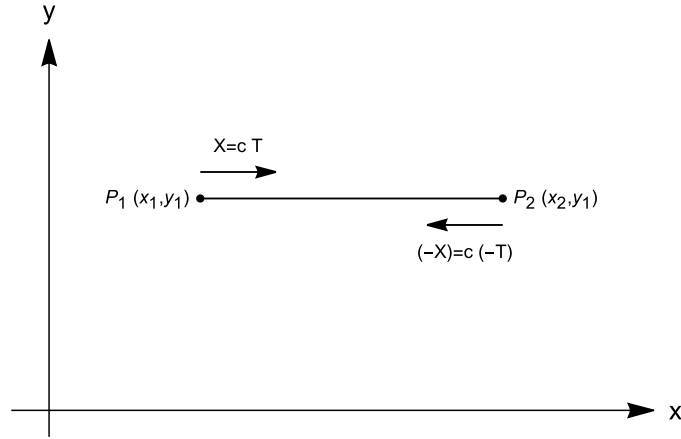


图 91 一束光分别在实世界和虚世界中的起点、终点和时间的图示

Figure 91 Graphical representation of the start, end and time of a beam of light in the real world and imaginary world respectively

根据坐标与向量的关系易得

$$(x_1, y_1) + (X, 0) = (x_2, y_1) \quad (19.2 - 38)$$

$$(x_2, y_1) + (-X, 0) = (x_1, y_1) \quad (19.2 - 39)$$

变换可得

$$P_1 + (cT, 0) = P_2 \quad (19.2 - 40)$$

$$P_2 + (c(-T), 0) = P_1 \quad (19.2 - 41)$$

一束光在实世界的起点在虚世界是终点, 一束光在实世界的终点在虚世界是起点. 进而得出, 如果实世界的时间是正向流动, 那么虚世界的时间是逆向流动. 以我们观测到现实世界的时间为基准, 那么虚世界存在时间倒流.

我们观测一束光的时间向量和空间向量, 得出二者在实世界存在一个不变的线性关系, 并且得出因为起点导致了终点, 得出一个因果关系. 站在时间复数维度和空间复数维度的角度, 这束光的空间向量和时间向量之间代数乘积等于 0, 并没有必然的联系, 意味着因果关系和因果倒置都不存在, 而是因果无关. 我们在实世界得到的因果关系在虚世界就变成了因果倒置, 因果关系只是我们在实世界观测到的一种局部现象.

实世界代表这个世界确定的部分, 不同的粒子之间交互作用后达成共识的部分. 虚世界代表这个世界不确定的部分, 粒子没用通过与其他粒子交互作用而保留的自主的部分. 宏观世界研究的对象内部包含大量的基本粒子交互作用, 宏观世界带给我们的认知大都是实世界给我们带来的认知, 可以近似认为宏观时间的时间是正向流动的. 微观量子尺度研究的对象, 在研究对象涉及基本粒子的时候, 当因为粒子不确定部分带来的现象与我们的认知中的因果关系发生矛盾的时候, 可以考虑时间倒流和因果倒置产生的效应. 宏观世界的时间是近似正向流动的, 微观量子世界的时间是近似逆向流动的.

我们从宏观世界得出的时间概念和因果关系在宏观世界是久经考验的, 确信无疑的, 我们甚至可以称之为真理. 不过进入微观量子世界, 宏观世界的时间概念和因果关系并不适用, 从这个意义上说宏观世界的时间概念和因果关系只是宏观世界给我们带来的一种错觉.

19.3 时间倒流在贝尔不等式中的验证

贝尔不等式 (Bell inequality) 也称为贝尔定理 (Bell's theorem), 由英国物理学家约翰·贝尔 (John Stewart Bell) 于 1964 年发表.

定域性原理 (Principle of locality) 认为一个特定物体, 只能被它周围的力量影响. 某一点的行动影响到另一点, 需经由彼此之间的空间. 根据狭义相对论, 宇宙中所有物质和信息的运动与传播速度均无法超过光速. 信息传递的速度不可能比光速更快. 这个观点保持了事件之间的因果性, 但排除了超距作用的可能.⁹²

隐变量理论 (Hidden-variable theory) 是通过引入 (可能不可观察的) 假设实体来解释量子力学现象. 阿尔伯特·爱因斯坦 (Albert Einstein), 约翰·贝尔 (John Stewart Bell), 路易·德布罗意 (Louis de Broglie), 美国物理学家戴维·玻姆 (David Bohm) 和英国物理学家巴西尔·海利 (Basil J. Hiley) 都为该领域做出贡献. 阿尔伯特·爱因斯坦曾说, 我相信上帝不掷骰子. (I, at any rate, am convinced that He is not playing at dice.)^[56]

贝尔不等式是由量子力学与隐变量理论结合后, 对纠缠的粒子对的测量结果产生一个不等式约束. 围绕贝尔不等式的一系列实验显示, 实验结果与贝尔不等式相矛盾, 进而证明任何形式的隐变量理论是错误的, 量子纠缠中隐变量不存在, 量子纠缠的信息传递速度是超过光速, 违背了定域性原理.

贝尔不等式有多个变体, 这里只研究约翰·贝尔提出的原始贝尔不等式. 贝尔不等式的推导过程中, 除了有隐变量的假设, 还有隐含的时间正向流动的假设. 量子纠缠属于基本粒子不确定的部分, 前面提到虚世界是世界不确定部分组成的, 虚世界的时间是倒流的. 在时间倒流的情况下, 贝尔不等式应该会有不同的结果. 如果时间倒流得出的新的贝尔不等式与相关物理实验符合, 那不但可以证明隐变量理论的正确, 还可以证明时间倒流的正确.

参考^[57]^[58], 重现贝尔不等式的推导过程.

两个自旋为 $1/2$ 的粒子构成总自旋量子数 $m_s = 0$ 的单态 (Singlet State). S_{x1}^L 是第一个粒子的自旋角动量在矢量 $x1$ 方向的分量, S_{x2}^R 是第二个粒子的自旋角动量在矢量 $x2$ 方向的分量, θ 是矢量 $x1$ 和矢量 $x2$ 的夹角. λ 是决定测量结果的隐变量, 存在函数 $A[x, \lambda]$, 它给出第一个粒子在矢量 x 方向的测量结果, 存在函数 $B[x, \lambda]$, 它给出第二个粒子在矢量 x 方向的测量结果. $\rho[\lambda]$ 是隐变量的概率密度函数, 影响 S_{x1}^L 与 S_{x2}^R 乘积的平均值.

根据量子力学相关定理可以得到 S_{x1}^L 与 S_{x2}^R 乘积的平均值满足关系式

$$\langle S_{x1}^L S_{x2}^R \rangle = -\frac{1}{4} \hbar^2 \cos[\theta] \quad (19.3 - 1)$$

调整自旋角动量物理单位, 令

$$\frac{\hbar}{2} = 1 \quad (19.3 - 2)$$

代入上式可得

$$\langle S_{x1}^L S_{x2}^R \rangle = -\cos[\theta] \quad (19.3 - 3)$$

构造函数 $P[x1, x2]$

$$P[x1, x2] = \langle S_{x1}^L S_{x2}^R \rangle \quad (19.3 - 4)$$

可得

$$P[x1, x2] = -\cos[\theta] \quad (19.3 - 5)$$

第一个粒子测量结果的取值范围

$$A[x, \lambda] \in \{1, -1\} \quad (19.3 - 6)$$

第二个粒子测量结果的取值范围

$$B[x, \lambda] \in \{1, -1\} \quad (19.3 - 7)$$

两个粒子的测量结果满足总自旋量子数等于 0

$$A[x, \lambda] + B[x, \lambda] = 0 \quad (19.3 - 8)$$

变换可得

$$B[x, \lambda] = -A[x, \lambda] \quad (19.3 - 9)$$

根据隐变量的概率密度函数定义可得

$$P[x1, x2] = \int \rho[\lambda] A[x1, \lambda] B[x2, \lambda] d\lambda \quad (19.3 - 10)$$

概率密度函数满足归一化条件

$$\int \rho[\lambda] d\lambda = 1 \quad (19.3 - 11)$$

应用 19.3 - 9 式, 可以使得第二个粒子的测量结果用第一个粒子的测量结果来递归表示

$$B[x2, \lambda] = -A[x2, \lambda] \quad (19.3 - 12)$$

上式代入 19.3 - 10 式, 可得

$$P[x1, x2] = - \int \rho[\lambda] A[x1, \lambda] A[x2, \lambda] d\lambda \quad (19.3 - 13)$$

选取三个方向的矢量 a 、 b 和 c , 两两一组分别代入上式可得

$$P[a, b] = - \int \rho[\lambda] A[a, \lambda] A[b, \lambda] d\lambda \quad (19.3 - 14)$$

$$P[a, c] = - \int \rho[\lambda] A[a, \lambda] A[c, \lambda] d\lambda \quad (19.3 - 15)$$

$$P[b, c] = - \int \rho[\lambda] A[b, \lambda] A[c, \lambda] d\lambda \quad (19.3 - 16)$$

19.3 - 14 式与 19.3 - 15 式相减可得

$$P[a, b] - P[a, c] = - \int \rho[\lambda] (A[a, \lambda] A[b, \lambda] - A[a, \lambda] A[c, \lambda]) d\lambda \quad (19.3 - 17)$$

应用 19.3 - 6 式可得

$$A[b, \lambda] \in \{1, -1\} \quad (19.3 - 18)$$

$A[b, \lambda]$ 的平方等于 1

$$A[b, \lambda]^2 = 1 \quad (19.3 - 19)$$

上式代入 19.3 - 17 式

$$P[a, b] - P[a, c] = - \int \rho[\lambda] (A[a, \lambda] A[b, \lambda] - A[a, \lambda] A[b, \lambda]^2 A[c, \lambda]) d\lambda \quad (19.3 - 20)$$

提取公因式

$$P[a, b] - P[a, c] = - \int \rho[\lambda] A[a, \lambda] A[b, \lambda] (1 - A[b, \lambda] A[c, \lambda]) d\lambda \quad (19.3 - 21)$$

应用 19.3 - 6 式可得

$$1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda] \geq 0 \quad (19.3 - 22)$$

根据概率密度的定义得

$$\rho[\lambda] \geq 0 \quad (19.3 - 23)$$

应用 19.3 - 6 式可得

$$-1 \leq A[a, \lambda]A[b, \lambda] \leq 1 \quad (19.3 - 24)$$

对 $A[a, \lambda]A[b, \lambda]$ 展开分类讨论, 先考虑大于等于 0 的情况

$$0 \leq A[a, \lambda]A[b, \lambda] \leq 1 \quad (19.3 - 25)$$

由 19.3 - 22、19.3 - 23、19.3 - 25 式得到不等式

$$0 \leq \rho[\lambda]A[a, \lambda]A[b, \lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda]) \leq \rho[\lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda]) \quad (19.3 - 26)$$

应用到积分后的不等式

$$0 \leq \int \rho[\lambda]A[a, \lambda]A[b, \lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \leq \int \rho[\lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \quad (19.3 - 27)$$

增加负号后不等式方向改变

$$-\int \rho[\lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \leq -\int \rho[\lambda]A[a, \lambda]A[b, \lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \leq 0 \quad (19.3 - 28)$$

变换可得

$$-\int \rho[\lambda]d\lambda - (-\int \rho[\lambda](A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda) \leq -\int \rho[\lambda]A[a, \lambda]A[b, \lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \leq 0 \quad (19.3 - 29)$$

上式代入 19.3 - 16、19.3 - 21、19.3 - 25 式可得

$$-1 - P[b, c] \leq P[a, b] - P[a, c] \leq 0 \quad (19.3 - 30)$$

考虑 $A[a, \lambda]A[b, \lambda]$ 小于 0 的情况

$$-1 \leq A[a, \lambda]A[b, \lambda] < 0 \quad (19.3 - 31)$$

增加负号后不等式方向改变

$$0 < -A[a, \lambda]A[b, \lambda] \leq 1 \quad (19.3 - 32)$$

由 19.3 - 22、19.3 - 23、19.3 - 32 式得到不等式

$$0 < -\rho[\lambda]A[a, \lambda]A[b, \lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda]) \leq \rho[\lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda]) \quad (19.3 - 33)$$

应用到积分后的不等式

$$0 < \int (-1)\rho[\lambda]A[a, \lambda]A[b, \lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \leq \int \rho[\lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \quad (19.3 - 34)$$

负号提取到积分外部

$$0 < -\int \rho[\lambda]A[a, \lambda]A[b, \lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \leq \int \rho[\lambda](1 - A[b, \lambda]A[c, \lambda])d\lambda \quad (19.3 - 35)$$

变换可得

$$0 < - \int \rho[\lambda] A[a, \lambda] A[b, \lambda] (1 - A[b, \lambda] A[c, \lambda]) d\lambda \leq \int \rho[\lambda] d\lambda + (- \int \rho[\lambda] (A[b, \lambda] A[c, \lambda]) d\lambda) \quad (19.3 - 36)$$

上式代入 19.3 - 16、19.3 - 21、19.3 - 25 式可得

$$0 < P[a, b] - P[a, c] \leq 1 + P[b, c] \quad (19.3 - 37)$$

联合 19.3 - 30、19.3 - 38 式可得

$$|P[a, b] - P[a, c]| \leq 1 + P[b, c] \quad (19.3 - 38)$$

以上, 重现了贝尔不等式的推导过程, 这个推导过程隐含了时间正向流动的假设, 这个假设我们认为理所当然的, 甚至不认为这是一个假设.

下面的示意图分别展示了时间正向流动和时间逆向流动情况下, 隐变量、隐变量概率密度函数、两个粒子测量结果、粒子测量的矢量与时间的位置关系.

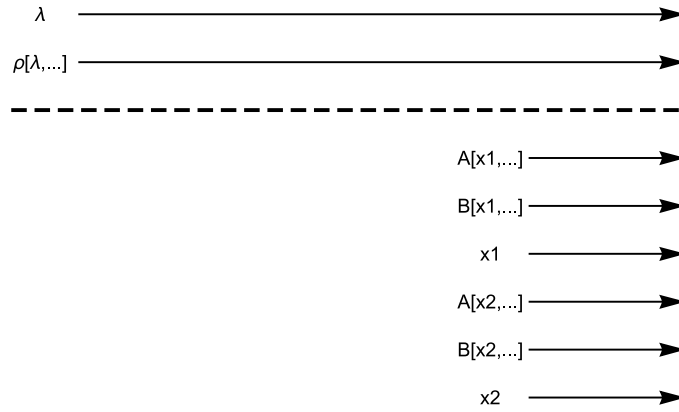


图 92 时间正向流动情况下, 隐变量、隐变量概率密度函数、两个粒子测量结果、粒子测量的矢量

Figure 92 Hidden variables, hidden variable probability density function, two particle measurements, vector of particle measurements in the case of positive time flow

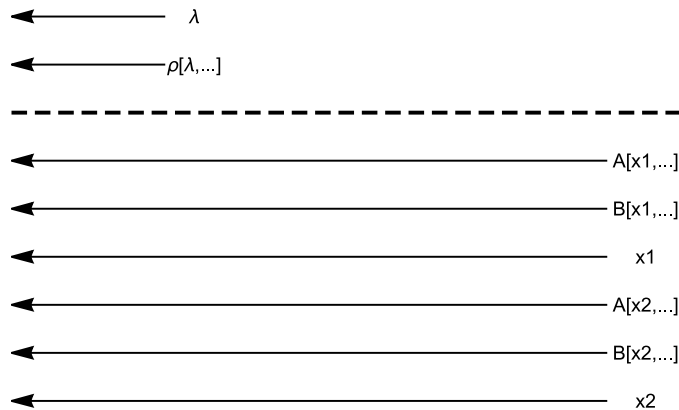


图 93 时间逆向流动情况下, 隐变量、隐变量概率密度函数、两个粒子测量结果、粒子测量的矢量

Figure 93 Hidden variables, hidden variable probability density functions, two particle measurements, vectors of particle measurements in the case of reverse time flow

在时间正向流动的情况下, 隐变量 λ 先产生, 隐变量的产生伴随着隐变量概率密度函数 ρ 的产生, 因为粒子测量的矢量 x_1 和 x_2 产生时间在隐变量之后, 在纠缠的粒子对分开之后, 根据决定论 (Determinism) 和因果关系 (Causality), 后发生的事件不会影响先发生的事件. 因此我们认为隐变量概率密度函数 ρ 与粒子测量的矢量 x_1 和 x_2 无关. 类似的, 我们认为两个粒子测量结果 A 和 B 与隐变量有关, 与粒子测量的矢量 x_1 和 x_2 也相关.

在时间倒流的情况下, 原有的先后顺序发生颠倒, 粒子测量的矢量 x_1 和 x_2 先发生, 隐变量 λ 后发生. 把 ρ 、 A 和 B 看做函数, 在时间倒流的情况下, 函数的参数会发生变化.

下面开始, 在时间倒流的情况下推导贝尔不等式.

在时间倒流的情况下, ρ 、 A 和 B 变换得到

$$\{\rho[\lambda] \rightarrow \rho[\lambda, x_1, x_2], A[x, \lambda] \rightarrow A[x], B[x, \lambda] \rightarrow B[x]\} \quad (19.3 - 39)$$

由 19.3 - 13、19.3 - 39 式得到

$$P[x_1, x_2] = - \int \rho[\lambda, x_1, x_2] A[x_1] A[x_2] d\lambda \quad (19.3 - 40)$$

把 19.3 - 5 式代入上式

$$- \cos[\theta] = - \int \rho[\lambda, x_1, x_2] A[x_1] A[x_2] d\lambda \quad (19.3 - 41)$$

恒等变换得

$$\int \rho[\lambda, x_1, x_2] d\lambda = \frac{\cos[\theta]}{A[x_1] A[x_2]} \quad (19.3 - 42)$$

选取三个方向的矢量 a 、 b 和 c , 两两一组分别代入上式可得

$$\int \rho[\lambda, a, b] d\lambda = \frac{\cos[\theta_{ab}]}{A[a] A[b]} \quad (19.3 - 43)$$

$$\int \rho[\lambda, a, c] d\lambda = \frac{\cos[\theta_{ac}]}{A[a] A[c]} \quad (19.3 - 44)$$

$$\int \rho[\lambda, b, c] d\lambda = \frac{\cos[\theta_{bc}]}{A[b] A[c]} \quad (19.3 - 45)$$

上面的三个等式中, θ_{ab} 表示 a 与 b 之间的夹角, 其他以此类推.

把上面的三个等式与 19.3 - 14、19.3 - 15、19.3 - 16 式比较, 发现在时间正向流动情况下贝尔不等式推导隐含了一个假设

$$\rho[\lambda, a, b] = \rho[\lambda, a, c] = \rho[\lambda, b, c] \quad (19.3 - 46)$$

同时找到了隐变量与粒子测量的矢量的夹角相关. 另外, 时间正向流动情况下贝尔不等式推导隐含了一个假设, 三个夹角相等.

$$\theta_{ab} = \theta_{ac} = \theta_{bc} = \theta = \lambda \quad (19.3 - 47)$$

为了确保夹角 θ 存在唯一的值, 约定

$$0 \leq \theta < 2\pi \quad (19.3 - 48)$$

由 19.3 - 47 式得到三个向量两两之间的夹角等于恒定值 θ , 可以得到 θ 的范围, 这里不做证明.

$$(0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}) \vee (\frac{4\pi}{3} \leq \theta < 2\pi) \quad (19.3 - 49)$$

时间正向流动情况下贝尔不等式推导包含了两个条件, 对隐变量概率密度的约束, 概率归一化和概率密度大于等于 0.

$$\{\int \rho[\lambda] d\lambda = 1, \rho[\lambda] \geq 0\} \quad (19.3 - 50)$$

对上式应用 19.3 - 39 式得到

$$\{\int \rho[\lambda, x1, x2]d\lambda = 1, \rho[\lambda, x1, x2] \geq 0\} \quad (19.3 - 51)$$

考虑 19.3 - 42 式

$$\int \rho[\lambda, x1, x2]d\lambda = \frac{\cos[\theta]}{A[x1]A[x2]} \quad (19.3 - 42)$$

把 19.3 - 47 式代入上式可得

$$\int \rho[\theta, x1, x2]d\theta = \frac{\cos[\theta]}{A[x1]A[x2]} \quad (19.3 - 52)$$

上式是一个积分等式, 可以逆向得到微分等式

$$\rho[\theta, x1, x2] = \frac{\partial(\frac{\cos[\theta]}{A[x1]A[x2]})}{\partial\theta} \quad (19.3 - 53)$$

求导可得

$$\rho[\theta, x1, x2] = -\frac{\sin[\theta]}{A[x1]A[x2]} \quad (19.3 - 54)$$

由 19.3 - 42、19.3 - 47、19.3 - 51 式可得

$$\frac{\cos[\theta]}{A[x1]A[x2]} = 1 \quad (19.3 - 55)$$

上式联合 19.3 - 6 式可得

$$(\cos[\theta] = 1) \vee (\cos[\theta] = -1) \quad (19.3 - 56)$$

考虑夹角 θ 的约束条件

$$0 \leq \theta < 2\pi \quad (19.3 - 48)$$

得到由概率归一化条件产生的对于 θ 的约束

$$(\theta = 0) \vee (\theta = \pi) \quad (19.3 - 57)$$

由 19.3 - 47、19.3 - 51、19.3 - 54、19.3 - 55 式可得

$$\rho[\theta, x1, x2] = -\tan[\theta] \geq 0 \quad (19.3 - 58)$$

变换可得

$$\tan[\theta] \leq 0 \quad (19.3 - 59)$$

上式联合 19.3 - 48 式, 可得

$$(\theta = 0) \vee (\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi) \vee (\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi) \quad (19.3 - 60)$$

现在一共得到三组关于 θ 的约束条件

第 1 组, 三个向量两两之间的夹角等于恒定值 θ 产生的约束条件

$$(0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}) \vee (\frac{4\pi}{3} \leq \theta < 2\pi) \quad (19.3 - 49)$$

第 2 组, 概率归一化条件产生的约束条件

$$(\theta = 0) \vee (\theta = \pi) \quad (19.3 - 57)$$

第 3 组, 概率归一化和概率密度大于等于 0 产生的约束条件

$$(\theta = 0) \vee \left(\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi\right) \vee \left(\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi\right) \quad (19.3 - 60)$$

三个约束条件同时成立, 三个约束条件求交集得到

$$\theta = 0 \quad (19.3 - 61)$$

这意味着三个方向的矢量 a 、 b 和 c 重合, 是同一个矢量.

$$a = b = c \quad (19.3 - 62)$$

由 19.3 - 5、19.3 - 61、19.3 - 62 式可得

$$P[a, b] = P[a, c] = P[a, c] = P[a, a] = -\cos[0] = -1 \quad (19.3 - 63)$$

由 19.3 - 42 式可得

$$\left\{ \int \rho[\lambda, a, b] d\lambda = \frac{\cos[\theta]}{A[a]A[b]}, \int \rho[\lambda, a, c] d\lambda = \frac{\cos[\theta]}{A[a]A[c]}, \int \rho[\lambda, b, c] d\lambda = \frac{\cos[\theta]}{A[b]A[c]} \right\} \quad (19.3 - 64)$$

把 19.3 - 51、19.3 - 61 式代入上式可得

$$\left\{ 1 = \frac{1}{A[a]A[b]}, 1 = \frac{1}{A[a]A[c]}, 1 = \frac{1}{A[b]A[c]} \right\} \quad (19.3 - 65)$$

应用 19.3 - 6 式可得

$$(A[a] \in \{1, -1\}) \wedge (A[b] \in \{1, -1\}) \wedge (A[c] \in \{1, -1\}) \quad (19.3 - 66)$$

由 19.3 - 65、19.3 - 66 式可得

$$(A[a] = A[b] = A[c] = -1) \vee (A[a] = A[b] = A[c] = 1) \quad (19.3 - 67)$$

把 19.3 - 63 式分别代入贝尔不等式的左边和右边

$$|P[a, b] - P[a, c]| = |(-1) - (-1)| = 0 \quad (19.3 - 68)$$

$$1 + P[b, c] = 1 + (-1) = 0 \quad (19.3 - 69)$$

$$0 \leq 0 \quad (19.3 - 70)$$

联合前面三个式子, 得到贝尔不等式

$$|P[a, b] - P[a, c]| \leq 1 + P[b, c] \quad (19.3 - 71)$$

隐变量的概率密度函数 ρ , 两个粒子测量结果 A 和 B 在时间正向流动和时间逆向流动两种情况下的对应关系

$$\{\rho[\lambda] \longleftrightarrow \rho[\lambda, x1, x2], A[x, \lambda] \longleftrightarrow A[x], B[x, \lambda] \longleftrightarrow B[x]\} \quad (19.3 - 72)$$

时间正向流动情况下, 隐变量的概率密度函数约束关系

$$\text{时间正向流动} \Rightarrow \left\{ \int \rho[\lambda] d\lambda = 1, \rho[\lambda] \geq 0, \rho[\lambda] = \rho[\lambda] = \rho[\lambda] \right\} \quad (19.3 - 73)$$

上式最后一个约束关系, 其中的三个 $\rho[\lambda]$ 出现在三个不同的等式中, 分别是 19.3 - 14、19.3 - 15、19.3 - 16 式.

时间逆向流动情况下, 隐变量的概率密度函数约束关系

$$\text{时间逆向流动} \Rightarrow \left\{ \int \rho[\lambda, x1, x2] d\lambda = 1, \rho[\lambda, x1, x2] \geq 0, \rho[\lambda, a, b] = \rho[\lambda, a, c] = \rho[\lambda, b, c] \right\} \quad (19.3 - 74)$$

时间正向流动情况下的隐变量的概率密度函数约束关系可以推导出贝尔不等式

$$\left\{ \int \rho[\lambda] d\lambda = 1, \rho[\lambda] \geq 0, \rho[\lambda] = \rho[\lambda] = \rho[\lambda] \right\} \Rightarrow |P[a, b] - P[a, c]| \leq 1 + P[b, c] \quad (19.3 - 75)$$

时间逆向流动情况下的隐变量的概率密度函数约束关系也可以推导出贝尔不等式

$$\begin{aligned} & \left\{ \int \rho[\lambda, x1, x2] d\lambda = 1, \rho[\lambda, x1, x2] \geq 0, \rho[\lambda, a, b] = \rho[\lambda, a, c] = \rho[\lambda, b, c] \right\} \\ & \Rightarrow |P[a, b] - P[a, c]| \leq 1 + P[b, c] \end{aligned} \quad (19.3 - 76)$$

化简可得

$$\text{时间正向流动} \Rightarrow |P[a, b] - P[a, c]| \leq 1 + P[b, c] \quad (19.3 - 77)$$

$$\text{时间逆向流动} \Rightarrow |P[a, b] - P[a, c]| \leq 1 + P[b, c] \quad (19.3 - 78)$$

以上推理使用了三段论

$$((P1 \Rightarrow P2) \wedge (P2 \Rightarrow P3)) \Rightarrow (P1 \Rightarrow P3) \quad (19.3 - 79)$$

当向量 a 、 b 、 c 在同一个平面时, 贝尔不等式变为:

$$|\cos[\theta_1] - \cos[\theta_2]| \leq 1 - \cos[\theta_1 - \theta_2] \quad (19.3 - 80)$$

上式中, θ_1 是 a 与 b 的夹角, θ_2 是 a 与 c 的夹角. 使用球坐标系化简就可以得到上面的结果, 这里不做证明. 把上面的不等式在平面上绘制图形, 不等式成立的区域使用灰色表示, 不等式不成立的区域使用白色表示.

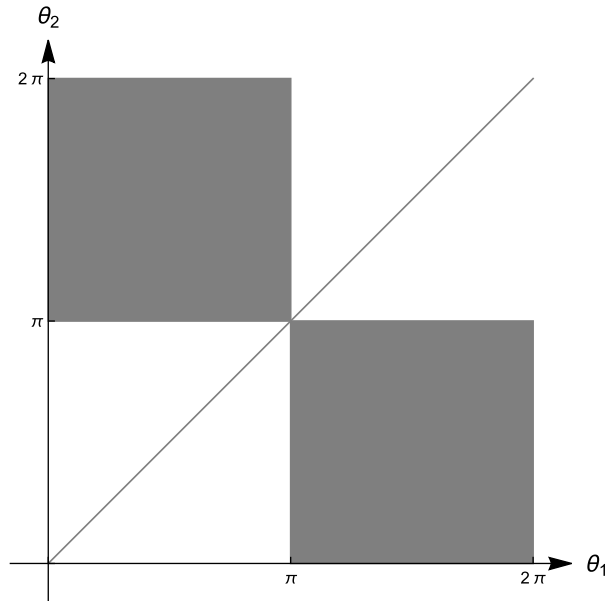


图 94 19.3 - 80 式的图像

Figure 94 Image of Formula 19.3 - 80

观察图形可以发现, 不考虑隐变量因素的情况下, 不限制向量 a 、 b 、 c 的夹角, 贝尔不等式在量子力学中有时成立, 有时不成立.

在同样的隐变量的概率密度函数约束关系条件下, 在时间正向流动和时间逆向流动两种情况下, 得出的对矢量 a 、 b 和 c 之间的约束并不相同:

时间正向流动情况下, 对矢量 a 、 b 和 c 并没有任何限制条件.

时间逆向流动情况下, 对矢量 a 、 b 和 c 有约束条件, 要求三个矢量重合, 两两之间的夹角等于 0.

通过理论预测和相关实验, 可以得到:

时间正向流动情况下, 贝尔不等式有时候成立, 有时候不成立.

时间逆向流动情况下, 贝尔不等式恒成立.

命题的真假有以下两个原则:

命题的子集存在真, 这个命题为真. 这个原则舍弃, 因为会导致真假值的叠加态.

命题的任意子集没有假, 且命题不是空集, 命题的子集存在真, 这个命题为真. 采用这个原则.

假设存在隐变量为真.

在时间正向流动的前提下再加一些隐变量约束条件, 得出的贝尔不等式有时候成立, 有时候不成立, 那么此时的贝尔不等式为假, 所以量子纠缠与时间正向流动相关为假.

$$(A \wedge T = A) \wedge (A \wedge T = F) \Rightarrow A = F \quad (19.3 - 81)$$

在时间逆向流动的前提下再加一些隐变量约束条件, 得出的贝尔不等式恒成立, 那么此时的贝尔不等式为真, 所以量子纠缠与时间逆向流动相关为真.

$$(B \wedge T = B) \wedge (B \wedge T = T) \Rightarrow B = T \quad (19.3 - 82)$$

上面的推理隐含了隐变量约束条件为真的条件, 这个条件可以从下面的公式中得到, 这里忽略了量子纠缠与时间无关的情况.

$$(A \wedge T = A) \wedge (A \wedge F = F) \wedge (\neg A \wedge T = \neg A) \wedge (\neg A \wedge F = F) \wedge (A \wedge Q = F) \wedge (\neg A \wedge Q = T) \Rightarrow Q = T \quad (19.3 - 83)$$

因为量子纠缠与时间正向流动相关为假, 所以量子纠缠与时间逆向流动相关或者量子纠缠与时间无关为真.(德摩根定律)

$$(\neg F = T) \wedge (A = F) \Rightarrow \neg A = T \quad (19.3 - 84)$$

$$(\neg(\neg B \wedge \neg C) = B \vee C) \wedge (\neg A = (\neg B \wedge \neg C)) \wedge (\neg A = T) \Rightarrow B \vee C = T \quad (19.3 - 85)$$

因为量子纠缠与时间逆向流动相关为真, 量子纠缠与时间逆向流动相关或者量子纠缠与时间无关为真, 所以量子纠缠与时间逆向流动相关为真.(吸收律)

$$(B = T) \wedge (B \vee C = T) \wedge (T \wedge T = T) \wedge (B \wedge (B \vee C) = B) \Rightarrow B = T \quad (19.3 - 86)$$

另外, 量子纠缠可以找到隐变量, 这个隐变量就是矢量 a 、 b 和 c 之间的夹角, 隐变量不止一个是三个. 因为这三个夹角是可以测量的, 隐变量将不再是隐形的不可观察的, 而是可见的.

假设存在隐变量为假.

这种情况下, 无论隐变量约束条件是否真假, 存在隐变量与前者组合成的复合命题一定为假.

$$P = Q \wedge F = F \quad (19.3 - 87)$$

在时间逆向流动的前提下再加一些隐变量约束条件, 得出的贝尔不等式恒成立, 那么此时的贝尔不等式为真, 得出隐变量约束条件和存在隐变量组成的复合命题为真.

$$(B \wedge T = B) \wedge (B \wedge F = F) \wedge (B \wedge P = T) \Rightarrow P = T \quad (19.3 - 88)$$

根据排中律, 一个命题不可能既是真又是假.

$$P \wedge \neg P = F \quad (19.3 - 89)$$

所以假设不成立, 存在隐变量为假不成立, 那么存在隐变量为真.(反证法)

19.4 使用时间倒流解释双缝干涉和量子纠缠

惠勒延迟选择实验 (Wheeler's delayed choice experiment) 是美国理论物理学家约翰·惠勒 (John Wheeler) 在 1978 年提出的一个思想实验^[59], 属于双缝实验 (Double-slit experiment) 的一种变形.

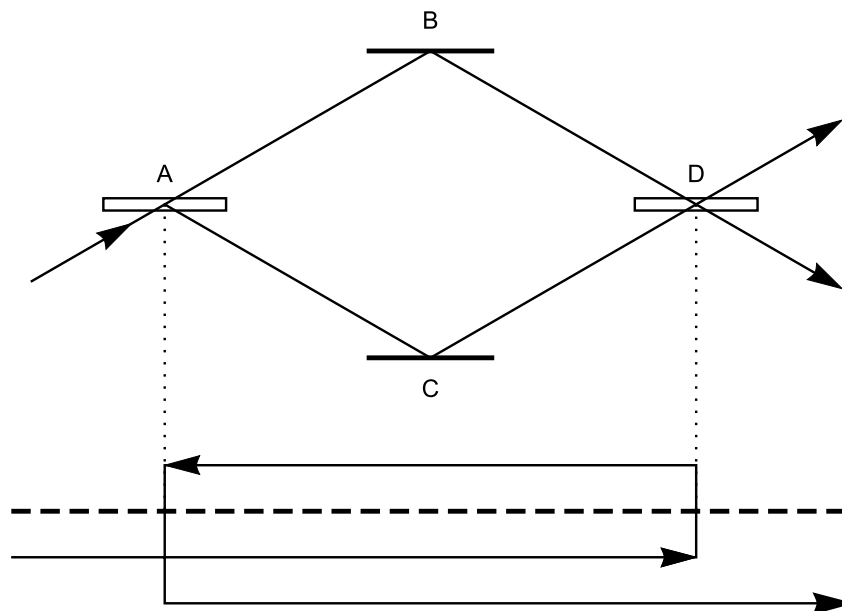


图 95 惠勒延迟选择实验的图示

Figure 95 Diagram of Wheeler's delayed choice experiment

如上图所示,A 和 D 点放置分光镜, 分光镜有 50% 的概率折射光线,50% 的概率反射光线.B 和 C 点放置的是反光镜. 调整 BD 和 CD 的距离,D 后面沿着 BD 方向的两束光相位相反, 波峰与波谷叠加后光线消失,D 后面沿着 CD 方向的两束光相位相同, 叠加后光线增强. 入射光线限制一个光子一个光子地发射. 在 D 点始终不放置分光镜条件下, 光子穿过 D 点后要么在 BD 方向观测到, 要么在 CD 方向观测到, 不会在两个方向同时观测到. 在光子穿过 A 点之前,D 点不放置分光镜, 在光子穿过 A 点后快要到达 D 点之前, 在 D 点放置分光镜, 这个条件下只有在 CD 的方向观测到光子. 实验显示光子在第 2 种实验条件下, 光子有两个分身, 两个分身分别经过 ABD 和 ACD, 并在 C 点自身与自身干涉. 同时显示, 未来的事件会决定过去的事件,D 点是否放置分光镜决定了 A 点的光子是否分叉.

实在论 (Realism) 是一种观点, 事物本身独立于思想而存在, 即使事物没有被观测者观察到, 它仍然存在. 就像即使没有人赏月, 月亮也依旧存在.

在时间只有正向流动的前提下, 惠勒延迟选择实验结果显示光子的行为违反了实在论和因果关系, 出现了多重分身和因果倒置.

下面给出光子的一种可能的路径.A 点光子创造第 1 个分身, 第 1 个分身通过 ABD 到达 D 点,D 点的约束条件在虚世界沿着 DBA 时间倒流回去到达 A 点,A 点光子得知 D 点的约束条件后创造第 2 个分身通过 ACD 到达 D 点. 两个光子的分身在 D 点合并产生波函数坍缩, 变成实世界的一个实体, 最后沿着 BD 方向发射出去.

多重分身是因为时间倒流, 因果倒置是因为结果通过时间倒流与原因产生信息交互. 虚世界的多重分身干涉后, 导致波函数坍缩, 并与实世界的实体建立联系, 实在论与量子纠缠之间并不存在矛盾.

量子纠缠 (Quantum entanglement) 是一种量子力学现象, 当一组粒子生成、相互作用或空间上靠近时, 每个粒子的量子态不再能够独立描述, 即使它们在空间上相隔很远.⁹³ 量子纠缠首先由阿尔伯特·爱因斯坦 (Albert Einstein)、美国物理学家鲍里斯·波多尔斯基 (Boris Podolsky) 和美国物理学家纳森·罗森 (Nathan Rosen) 于 1935 年发表的 EPR 佯谬 (Einstein-Podolsky-Rosen paradox) 提出.^[60]1957 年, 戴维·玻姆 (David Bohm) 和

他的学生以色列物理学家亚基尔·阿哈罗诺夫 (Yakir Aharonov) 发表了 EPR 佯谬的新版本, 使用自旋重新表述得到一个简化版的 EPR 佯谬. [61]

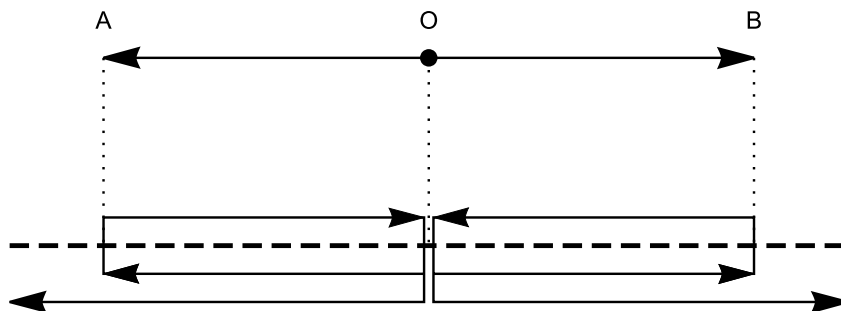


图 96 量子纠缠的图示

Figure 96 Diagram of quantum entanglement

前面的贝尔不等式提到的两个纠缠的粒子对如上图所示, 两个粒子在 O 点分开, 第 1 个粒子向 A 点运动, 第 2 个粒子向 B 点运动.

下面给出量子纠缠的一种可能的路径. 两个粒子的测量值都使用同一个矢量 a . 第 1 个粒子在 A 点被测量, 测量值是 -1, A 点在被测量的瞬间发生时间倒流, 回到 O 点. 同时第二个粒子也在不断发生时间倒流, 回到 O 点. 在 O 点, 第 1 个把信息传递给第 2 个粒子, 第 2 个粒子在接收到信息后, 在 B 点被测量, 测量值是 1.

在没有时间倒流的情况下, 量子纠缠之间的信息传递速度超过光速, 爱因斯坦称之为鬼魅般的超距作用 (spooky actions at a distance) [62], 违反定域性原理. 在存在时间倒流的情况下, 量子纠缠之间的信息传递速度不会超过光速, 量子纠缠之间的信息传递速度等于两个纠缠粒子的分开的速度, 这个速度在时间倒流中产生.

19.2 - 41、19.2 - 42 式, 除了可以得出量子力学不确定部分的时间倒流, 而且并没有阻止存在无穷多次时间倒流, 既然可以存在无穷次时间倒流, 那么时间起点的改变, 会导致时间正向流动也会存在无穷多条.

前面两个例子, 在无穷多条时间线中抽取的包含关键信息的连续时间线, 可以称为追踪时 (Tracked timeline). 这意味着除了我们从宏观世界感受到的时间, 还存在一条我们无法直接感受到的时间线, 这个时间线叫追踪时, 追踪时可以改变我们的历史, 不过能改变的历史是不确定的历史, 比如惠勒延迟选择实验中光子的分叉.

基本粒子在无穷多个时间线上, 产生了概率波 (Wave Function with Probability Amplitude). 双缝干涉中的干涉条纹, 是由一个粒子 2 个时间线上的分身互相干涉坍缩后产生的. 原子中的电子因为某种类似 N 体问题 (n-body problem) 的机制产生的蝴蝶效应 (Butterfly effect), 形成路径遍历, 形成电子云 (Electron cloud). 当其中一个路径满足量子化能量条件时, 这个路径上的 2 个时间线上的分身互相干涉坍缩, 产生量子跃迁 (Quantum jump).

美国理论物理学家理查德·费曼 (Richard Feynman) 从 1948 年开始发展出路径积分表述 (Path integral formulation), 它通过计算两点间所有可能的随机游走的路径的总和或泛函积分而得到概率幅. [94] [63] [64] 通过路径积分, 虚世界的路径遍历与实世界的概率幅建立了联系的桥梁.

19.5 在时间的虚数维度上存在时间倒流, 费马原理和波函数的虚部提供了佐证

费马原理 (Fermat's principle) 最早由法国科学家皮埃尔·德·费马 (Pierre de Fermat) 在 1662 年提出. [95] 费马原理的原始表述: 一束光在两点之间实际走的路程是以最短的时间通过的那条路程.

费马原理的现代表述: 光线从 S 点到 P 点走的光程长度, 相对于路程变化必须是平稳的. 这句话的实质意义是, 光程长度与 x 的关系曲线, 在斜率趋于零的附近有一比较平坦的区域. 斜率为零的点对应于实际的光程. 换句话说, 真实轨道的光程长度, 在一级近似下, 等于与它紧邻的路径的光程长度. 斜率为零的点具有极大值, 极小值, 或切线为水平的拐点. [65]

光程等于折射率和光的传播路径长度的乘积, 相当于同样的时间内光在真空中的传播路径的长度. 可以把费马原理的现代表述中的光程替换为时间.

$$\text{OPL} = ns = \frac{c}{v}s = ct \quad (19.5 - 1)$$

下面列举光线传播对于路径选择的三种情况.

- 光线从空气进入正折射率的透明材料, 产生折射, 选择的路径是时间最小值.
- 光线从空气进入负折射率的透明材料, 产生折射, 选择的路径是时间最大值.
- 一个椭圆形面镜, 光线从焦点发射, 被椭圆形面镜反射, 传播到另一个焦点, 选择的路径是时间平稳值, 所有路径时间相等.

光线从空气进入正折射率的透明材料, 光线向前折射; 光线从空气进入负折射率的透明材料, 光线向后折射. 可以根据费马原理推导出光线从空气进入正折射率的透明材料的折射定律, 也可以根据费马原理推导出光线从空气进入负折射率的透明材料的折射定律. 折射定律也称为斯涅尔定律 (Snell's Law), 斯涅尔定律是因荷兰物理学家威理博·斯涅尔 (Willebrord Snellius) 而命名.⁹⁶ 不同的是, 负折射率的透明材料中光线的相速度和空气中的相速度方向相反^[66], 那么负折射率的透明材料中光线传播时间是负数.

可以看到, 光线在传播过程中, 会对所有可能的路径进行选择, 选择的过程是不同路径的时间作为竞争的指标, 选择的结果是时间相对于空间的导数等于 0 的路径. 选择的结果可以是最大值, 最小值, 中间值.

如果时间只存在一个维度, 因为时间的欧式距离的关系, 必然导致选择结果只有最小值. 然而事实告诉我们, 光的路径选择对于不同时间长度的路径是平权的.

那么时间只存在一个维度为假, 时间存在 2 个或 2 个以上维度为真. 光的选择路径依赖于其他的时间维度. 我们看到的时间维度上面的时间向量和其他的时间维度上面的时间向量存在某种映射关系.

因为光的路径选择对于不同时间长度的路径是平权的, 所以这个其他的时间维度与我们看到的时间维度是不相关, 没有线性关系, 这个时间维度与我们看到的时间维度垂直.

前面提到, 存在时间的虚数维度. 并且, 时间的虚数维度上的时间向量, 与时间的实数维度上的时间向量, 二者方向相反, 绝对值相等. 时间的实数维度和虚数维度垂直. 这些特征, 刚好满足上面的条件.

对波函数 $Ae^{i(kx-\omega t)}$ 使用三角函数展开

$$Ae^{i(kx-\omega t)} = A \cos[kx - \omega t] + A \sin[kx - \omega t]i \quad (19.5 - 2)$$

在研究电路或者波动学的时候, 我们常常把一个简谐波函数转换为复数指数形式, 利用复数指数函数更为便捷的运算, 最后取实部, 得到我们想要的结果. 在这个过程中, 虚部被丢弃了.

复数指数函数相对于其实部的余弦函数, 数学上更为简洁. 假如最小作用量原理对于波函数的复杂度成立的话, 我们有理由相信复数指数函数更为真实, 复数指数函数的虚数部分是真实存在的.

在薛定谔方程的推导过程中, 使用的波函数就是复数指数函数. 薛定谔方程在量子力学取得巨大的成功, 这进一步增强复数指数函数的虚数部分是真实存在的可信度.

前面使用时空无关特性推导出带负号的时间虚数维度系数, 得出存在两个世界, 实世界和虚世界, 实世界的时空坐标是 (X, Y, Z, T) , 虚世界的时空坐标是 $(Xi, Yi, Zi, -Ti)$.

规定

$$T = -\mathcal{T} \quad (19.5 - 3)$$

虚世界的时空坐标变成 $(Xi, Yi, Zi, \mathcal{T}i)$.

前面使用虚数维度的时间倒流解释了量子纠缠, 但并未给基本粒子找出理论依据.

根据量子力学的相关原理, 一切基本粒子都具有波粒二象性. 一切粒子都是一个波函数.

进一步假设, 一切粒子都是一个波函数, 这个波函数包含实数部分和虚数部分.

假设, 以波函数 $Ae^{i(kx-\omega t)}$ 为例, 这个波函数代表一个基本粒子, 波函数的实数部分 $A \cos[kx - \omega t]$ 存在于实世界, 波函数的虚数部分 $A \sin[kx - \omega t]i$ 存在于虚世界.

$$Ae^{i(kx-\omega t)} = A \cos[kx - \omega T] + A \sin[kx + \omega \mathcal{T}]i \quad (19.5 - 4)$$

波函数在实世界部分的相速度

$$v_{pre} = \frac{\omega}{k} \quad (19.5 - 5)$$

波函数在虚世界部分的相速度

$$v_{p_im} = -\frac{\omega}{k} \quad (19.5 - 6)$$

一个基本粒子在时间和空间的实数维度存在一个波,在时间和空间的虚数维度也存在一个波,这两个波分别称为实波和虚波.我们看到的时间轴是实时间轴,实波沿着实时间轴的方向传播,虚波的传播方向和实时间轴的方向相反.

实波和虚波并非简单的镜像关系,而是在数值上是正弦和余弦的关系.

简谐波函数的相速度和群速度相等,群速度用于传递能量和信息.这样的话,量子纠缠传递信息的实体找到了.

现实世界的基本粒子是一个波,这个波在时空的虚数维度中存在对应的虚波,虚波传播方向与时间方向相反,未来的粒子通过它的虚波穿越时间来到了现在,传递了未来的信息,改变了现在的现实,使得我们看到了量子纠缠.

20 结语

第 2 章提到,位于智利的欧洲南方天文台 (ESO) 甚大望远镜 (VLT) 的观测结果表明,早期宇宙中包含恒星的大型圆盘星系受到暗物质的影响比今天的星系要小,通过早期宇宙的星系旋转曲线和银河系附近的星系旋转曲线比较,得出早期星系暗物质非常少.假设这个结论对于宇宙各处星系都是普遍成立的,那么宇宙中暗物质与物质的比例是在变化的,早期的宇宙暗物质比例较低,现在的宇宙暗物质比例较高.本文提出的假设,暗物质与物质同时在空间中诞生.在前面两个命题的成立的情况下,早期宇宙新生的暗物质与物质比例和现在新生的暗物质与物质比例是不同的.这样的现象的原因是什么,可能原因是暗物质的正反馈效应、物质的负反馈效应或者某种未知的因素影响因子大小的变化.

假如智利的欧洲南方天文台 (ESO) 甚大望远镜 (VLT) 的观测得出的早期星系暗物质非常少的结论只是个别现象,对于宇宙各处星系不是普遍成立的.那么新生的暗物质与物质比例没有随着宇宙年龄变化是可能成立的.

詹姆斯韦伯太空望远镜发现了 6 个宇宙大爆炸后不久出现的大质量星系,其形成速度与我们目前对宇宙的理解相矛盾,令科学家们感到惊讶.要让这些年轻的星系在短短 7 亿年内实现同样的增长,它的增长速度必须比银河系快 20 倍左右.因为大爆炸后这么快就出现了如此巨大的星系,这违背了当前的宇宙学模型,该模型代表了学术界对宇宙运作方式的最好理解.根据现有的理论,星系在早期从非常小的开始缓慢生长,预计这些星系会小 10 到 100 倍.⁹⁷

詹姆斯韦伯太空望远镜的观测结果,对于本文提出的理论的支持是正面的.目前宇宙的年龄是根据普朗克卫星对于宇宙微波背景辐射观测结果,结合宇宙大爆炸的假说得出的.本文第 12 章通过分析,提出了宇宙微波背景辐射的另外的来源,是新生的物质和暗物质产生的低温黑体辐射,与宇宙年龄无关.在这个假设成立的情况下,宇宙真实的年龄就和 137.87 亿年无关.宇宙大爆炸理论与詹姆斯韦伯太空望远镜的观测结果出现矛盾,而本文的暗物质和暗能量理论与这个观测结果不矛盾.

本文提出的一些假说,在这些假说上得出一些结论,可以使用天文观测数据和物理实验验证,包括:

- 物质与物质相互吸引,物质与暗物质相互吸引,暗物质与暗物质相互排斥.
- 暗物质饱和的星系,每个星系中暗物质总质量与物质总质量的比值与白银分割率 $1 + \sqrt{2} \approx 2.414$ 存在相关性.
- 假如暗物质可以进入物质物体的内部,一个物体高速旋转的状态下,物体内部的质量会减轻.
- 暗能量来自球状膨胀宇宙超过平衡比例的暗物质产生的斥力.
- 宇宙微波背景辐射来自刚刚诞生的物质、暗物质粒子对的低温黑体辐射.
- 螺旋星系的旋转曲线形状与星系诞生过程中日积月累俘获新诞生的物质和暗物质有关.
- 太阳系中的暗物质总质量与物质总质量的比值与白银分割率存在相关性.如果不考虑太阳系暗物质的质量,在与太阳系中心距离较远的地方将会出现引力异常现象.
- 宇宙微波背景辐射得到的参考系可以作为空间本身的位置的代表.
- 我们的宇宙是一个球状膨胀宇宙.宇宙微波背景辐射的立体图是存在一个对称的冷点和热点,冷点到热点之间的方向是可观测宇宙在球状膨胀宇宙中的整体移动方向.

- 哈勃红移由多普勒红移和引力红移两部分组成。
- 如果詹姆斯韦伯太空望远镜观测到高红移数值的星系, 在不考虑空间膨胀假说和光速不变条件下, 高红移数值的星系实际年龄大于原有的宇宙大爆炸理论得出的宇宙年龄 137.87 亿年。
- 真实的宇宙年龄可能比我们想象的还要古老, 远远超过 137.87 亿年。宇宙的起源也许不是在一次大爆炸瞬间产生所有宇宙的质量和能量, 而更有可能是从一个微小的粒子开始, 逐渐像细胞一样成长至今天的规模。
- 向量化的哈勃系数是一个椭球体。

在第 19 章中, 把暗物质引入广义相对论。随后, 第 20 章中, 把虚数维度方法引入量子力学。通过一些逻辑推理和公式演算, 成功解决了相对论领域和量子力学领域中一些悖论, 旨在增强这两个领域理论的完备性。

脚注

- 1 曹则贤。国科大学不分科——曹则贤: 你知道什么是温度吗?。 <https://www.douyin.com/video/7069706132952042766>
- 2 温度。 <https://baike.baidu.com/item/%E6%B8%A9%E5%BA%A6/221599>
- 3 Deborah Byrd. Where was dark matter in early universe?. <https://earthsky.org/space/dark-matter-less-influentia-early-universe/>
- 4 European Southern Observatory. Dark Matter Less Influential in Galaxies in Early Universe. <https://www.eso.org/public/news/eso1709/>
- 5 牛顿万有引力定律。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%B8%87%E6%9C%89%E5%BC%95%E5%8A%9B%E5%AE%9A%E5%BE%8B>
- 6 库仑定律。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%BA%93%E4%BB%91%E5%AE%9A%E5%BE%8B>
- 7 引力势能。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%BC%95%E5%8A%9B%E5%8A%BF%E8%83%BD>
- 8 More Images of 1E 0657-56. <https://chandra.harvard.edu/photo/2006/1e0657/more.html>
- 9 麦克斯韦方程组。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%BA%A6%E5%85%8B%E6%96%AF%E9%9F%A6%E6%96%B9%E7%A8%8B%E7%BB%84>
- 10 麦克斯韦方程组的历史。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%BA%A6%E5%85%8B%E6%96%AF%E9%9F%A6%E6%96%B9%E7%A8%8B%E7%BB%84%E7%9A%84%E5%8E%86%E5%8F%B2>
- 11 光子。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%85%89%E5%AD%90>
- 12 坡印亭定理。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%9D%A1%E5%8D%B0%E4%BA%AD%E5%AE%9A%E7%90%86>
- 13 约翰·亨利·坡印亭。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%BA%A6%E7%BF%B0%C2%B7%E4%BA%A8%E5%88%A9%C2%B7%E5%9D%A1%E5%8D%B0%E5%BB%B7>
- 14 坡印亭向量。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%9D%A1%E5%8D%B0%E5%BB%B7%E5%90%91%E9%87%8F>
- 15 能量密度。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%83%BD%E9%87%8F%E5%AF%86%E5%BA%A6>
- 16 普朗克-爱因斯坦关系式。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%99%AE%E6%9C%97%E5%85%8B%E7%88%B1%E5%9B%A0%E6%96%AF%E5%9D%A6%E5%85%B3%E7%B3%BB%E5%BC%8F>
- 17 物质波。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%89%A9%E8%B4%A8%E6%B3%A2>
- 18 电磁波。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%94%B5%E7%A3%81%E6%B3%A2>
- 19 频率。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%A2%91%E7%8E%87>
- 20 周期。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%91%A8%E6%9C%9F>
- 21 武向平。听武向平院士讲宇宙(37)暗物质和暗能量将引起的物理学变革是什么?。 <https://www.douyin.com/video/694648820107955463>
- 22 曲速引擎。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9B%B2%E9%80%9F%E5%BC%95%E6%93%8E>
- 23 幸存者偏误。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%B9%B8%E5%AD%98%E8%80%85%E5%81%8F%E8%AF%AF>

- 24 暗物质. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9A%97%E7%89%A9%E8%B4%A8>
- 25 Dark matter. https://en.wikipedia.org/wiki/Dark_matter
- 26 Direct detection of dark matter. https://en.wikipedia.org/wiki/Direct_detection_of_dark_matter
- 27 Antimatter. <https://en.wikipedia.org/wiki/Antimatter>
- 28 Reaching for the Stars. https://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/1999/prop12apr99_1
- 29 New and Improved Antimatter Spaceship for Mars Missions. https://www.nasa.gov/exploration/home/antimatter_spaceship.html
- 30 Nathan Collins. The Milky Way's satellites help reveal link between dark matter halos and galaxy formation. <https://news.fnal.gov/2020/04/the-milky-ways-satellites-help-reveal-link-between-dark-matter-halos-and-galaxy-formation/>
- 31 Convex uniform honeycomb. https://en.wikipedia.org/wiki/Convex_uniform_honeycomb
- 32 λ 演算. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%CE%BB%E6%BC%94%E7%AE%97>
- 33 图灵机. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%9B%BE%E7%81%B5%E6%9C%BA>
- 34 哈勃-勒梅特定律. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%93%88%E5%8B%83%E2%80%93%E5%8B%92%E6%A2%85%E7%89%B9%E5%AE%9A%E5%BE%8B>
- 35 多普勒效应. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%A4%9A%E6%99%AE%E5%8B%92%E6%95%88%E5%B A%94>
- 36 红移. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%BA%A2%E7%A7%BB>
- 37 What is the Subaru Telescope?. <https://www.nao.ac.jp/en/research/telescope/subaru.html>
- 38 HSC Supernova Cosmology Legacy Survey with HST S17B/S18A-055I. https://subarutelescope.org/Science/SubaruUM/SubaruUM2018/_src/d1_1600_Suzuki.pdf
- 39 最遥远的天体列表. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9C%80%E9%81%A5%E8%BF%9C%E7%9A%84%E5%A4%A9%E4%BD%93%E5%88%97%E8%A1%A8>
- 40 Astronomers Spot Most Distant Galaxy—At Least For Now. <https://www.nationalgeographic.com/science/article/astronomers-spot-most-distant-galaxy-yet-at-least-for-now>
- 41 詹姆斯·韦伯空间望远镜. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%A9%B9%E5%A7%86%E6%96%AF%C2%B7%E9%9F%A6%E4%BC%AF%E5%A4%AA%E7%A9%BA%E6%9C%9B%E8%BF%9C%E9%95%9C>
- 42 大爆炸. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%A4%A7%E7%88%86%E7%82%B8>
- 43 Big Bang. https://en.wikipedia.org/wiki/Big_Bang
- 44 NASA / WMAP Science Team. Timeline of the Universe. <https://map.gsfc.nasa.gov/media/060915/index.html>
- 45 超新星. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%B6%85%E6%96%B0%E6%98%9F>
- 46 Type Ia supernova. https://en.wikipedia.org/wiki/Type_Ia_supernova
- 47 Sun Fact Sheet. <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/sunfact.html>
- 48 High-Z Supernova Search Team. https://en.wikipedia.org/wiki/High-Z_Supernova_Search_Team
- 49 Supernova Cosmology Project. https://en.wikipedia.org/wiki/Supernova_Cosmology_Project
- 50 宇宙加速膨胀. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%AE%87%E5%AE%99%E5%8A%A0%E9%80%9F%E8%86%A8%E8%84%B9>
- 51 Dark energy. https://en.wikipedia.org/wiki/Dark_energy
- 52 Cosmic microwave background. https://en.wikipedia.org/wiki/Cosmic_microwave_background
- 53 State of matter. https://en.wikipedia.org/wiki/State_of_matter
- 54 液体. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%B6%B2%E4%BD%93>
- 55 气体. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%B0%94%E4%BD%93>
- 56 Bernoulli's principle. https://en.wikipedia.org/wiki/Bernoulli's_principle
- 57 Ideal gas law. https://en.wikipedia.org/wiki/Ideal_gas_law
- 58 Gas constant. https://en.wikipedia.org/wiki/Gas_constant
- 59 摩尔质量. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%91%A9%E5%B0%94%E8%B4%A8%E9%87%8F>

- 60 计算流体力学. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%AE%A1%E7%AE%97%E6%B5%81%E4%BD%93%E5%8A%9B%E5%AD%A6>
- 61 壳层定理. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%A3%B3%E5%B1%82%E5%AE%9A%E7%90%86>
- 62 银河系. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%93%B6%E6%B2%B3%E7%B3%BB>
- 63 Adam Mann. The Milky Way May Be Missing a Trillion Suns' Worth of Mass. <https://www.scientificamerican.com/article/the-milky-way-may-be-missing-a-trillion-suns-worth-of-mass/>
- 64 人马座 A*. https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%BA%BA%E9%A9%AC%E5%BA%A7A*
- 65 星系自转问题. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%98%9F%E7%B3%BB%E8%87%AA%E8%BD%AC%E9%97%AE%E9%A2%98>
- 66 Galaxy rotation curve. https://en.wikipedia.org/wiki/Galaxy_rotation_curve
- 67 List of globular clusters. https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_globular_clusters
- 68 Dark Matter. https://jila.colorado.edu/~ajsh/courses/astr3740_21/dm.html
- 69 假设的海王星外行星. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%81%87%E8%AE%BE%E7%9A%84%E6%B5%B7%E7%8E%8B%E6%98%9F%E5%A4%96%E8%A1%8C%E6%98%9F>
- 70 阉神星. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%98%8B%E7%A5%9E%E6%98%9F>
- 71 Kimm Fesenmaier. Caltech Researchers Find Evidence of a Real Ninth Planet. <https://www.caltech.edu/about/news/caltech-researchers-find-evidence-real-ninth-planet-49523>
- 72 第九行星. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%AC%AC%E4%B9%9D%E8%A1%8C%E6%98%9F>
- 73 Pioneer anomaly. https://en.wikipedia.org/wiki/Pioneer_anomaly
- 74 Milky Way. https://en.wikipedia.org/wiki/Milky_Way
- 75 亚里士多德. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%BA%9A%E9%87%8C%E5%A3%AB%E5%A4%9A%E5%BE%B7>
- 76 Timeline of luminiferous aether https://en.wikipedia.org/wiki/Timeline_of_luminiferous_aether
- 77 以太. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%BB%A5%E5%A4%AA>
- 78 Luminiferous aether. https://en.wikipedia.org/wiki/Luminiferous_aether
- 79 巨引源. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%B7%A8%E5%BC%95%E6%BA%90>
- 80 Fitzsimmons. The Velocity of Our Galaxy: the End of a 40-Year Mystery. <https://www.cea.fr/drf/english/Pages/News/Scientific-results/2017/velocity-of-our-galaxy-the-end-of-a-40-year-mystery.aspx>
- 81 VICTORIA WOOLLASTON-WEBBER. The Milky Way is being pushed through space by a void called the Dipole Repeller. <https://www.wired.co.uk/article/dipole-repeller-milky-way>
- 82 本星系群. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9C%AC%E6%98%9F%E7%B3%BB%E7%BE%A4>
- 83 室女超星系团. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%AE%A4%E5%A5%B3%E8%B6%85%E6%98%9F%E7%B3%BB%E5%9B%A2>
- 84 拉尼亚凯亚超星系团. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%8B%89%E5%B0%BC%E4%BA%9A%E5%87%AF%E4%BA%9A%E8%B6%85%E6%98%9F%E7%B3%BB%E5%9B%A2>
- 85 What Is The Great Attractor?. <https://www.universetoday.com/113150/what-is-the-great-attractor/>
- 86 Shapley Supercluster. https://en.wikipedia.org/wiki/Shapley_Supercluster
- 87 GAIA CLOCKS NEW SPEEDS FOR MILKY WAY-ANDROMEDA COLLISION <https://sci.esa.int/web/gaia/-/61116-gaia-clocks-new-speeds-for-milky-way-andromeda-collision>
- 88 ESA and the Planck Collaboration. Planck enhanced anomalies. https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2013/03/Planck_enhanced_anomalies
- 89 迈克耳孙-莫雷实验. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%BF%88%E5%85%8B%E8%80%B3%E5%AD%99-%E8%8E%AB%E9%9B%B7%E5%AE%9E%E9%AA%8C>
- 90 双生子佯谬. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%8F%8C%E7%94%9F%E5%AD%90%E4%BD%AF%E8%B0%AC>
- 91 为什么要用相对论为 GPS 导航提供修正. http://www.beidou.gov.cn/zy/kpyd/201710/t20171011_4688.html

- 92 定域性原理. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%AE%9A%E5%9F%9F%E6%80%A7%E5%8E%9F%E7%90%86>
- 93 Quantum entanglement. https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_entanglement
- 94 路径积分表述. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%B7%AF%E5%BE%84%E7%A7%AF%E5%88%86%E8%A1%A8%E8%BF%B0>
- 95 费马原理. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%B4%B9%E9%A9%AC%E5%8E%9F%E7%90%86>
- 96 斯涅尔定律. <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%96%AF%E6%B6%85%E5%B0%94%E5%AE%9A%E5%BE%8B>
- 97 Juliette Collen. massive galaxies in early universe. <https://phys.org/news/2023-02-webb-massive-galaxies-early-universe.html>

参考文献

- [1] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第二卷 瑞士时期 (1900-1909) [M]. 范岱年, 许良英, 刘兵, 等译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 364
- [2] DIRAC P A M. 狄拉克量子力学原理 [M]. 凌东波 译. 北京: 机械工业出版社, 2018: 112
- [3] SHANNON C E. A symbolic analysis of relay and switching circuits [J]. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1938, 57(12): 713-23. DOI:10.1109/T-AIEE.1938.5057767
- [4] HAMPSHIRE D P. A derivation of Maxwell's equations using the Heaviside notation [J]. RSPTA, 2018, 376(2134): 20170447. DOI:10.1098/rsta.2017.0447
- [5] GRIFFITHS D J. 电动力学导论: 翻译版 原书第 3 版 [M]. 贾瑜, 胡行, 孙强 译. 北京: 机械工业出版社, 2014: 239-240
- [6] PURCELL E M, MORIN D J. 伯克利物理学教程 (SI 版) 第 2 卷 电磁学: 翻译版 原书第 3 版 [M]. 宋峰, 杨嘉, 安双新, 等译. 北京: 机械工业出版社, 2018: 389-390
- [7] FARNES J S. A unifying theory of dark energy and dark matter: Negative masses and matter creation within a modified Λ CDM framework [J]. A&A, 2018, 620: A92. DOI:10.1051/0004-6361/201832898
- [8] SOCAS-NAVARRO H. Can a negative-mass cosmology explain dark matter and dark energy? [J]. A&A, 2019, 626: A5. DOI:10.1051/0004-6361/201935317
- [9] TRETYAKOV N, TERLETISKY A. A unifying hypothesis of dark energy and dark matter: negative masses, imaginary charges and dark minus-photons [J]. Phys, 2020, 95(7): 075301. DOI:10.1088/1402-4896/ab89f3
- [10] AGHANIM N, AKRAMI Y, ASHDOWN M, et al. Planck 2018 results - VI. Cosmological parameters [J]. A&A, 2020, 641: A6: 15. DOI:10.1051/0004-6361/201833910
- [11] DEVEREUX C. Cosmological Clues: Evidence for the Big Bang, Dark Matter and Dark Energy [M]. Boca Raton: CRC Press, 2020: 102-103
- [12] 罗声雄. 数学的魅力: 初等数学概念演绎 [M]. 武汉: 武汉出版社, 1999: 103-169
- [13] OESCH P A, BRAMMER G, VAN DOKKUM P G, et al. A Remarkably Luminous Galaxy at $z = 11.1$ Measured with Hubble Space Telescope Grism Spectroscopy [J]. ApJ, 2016, 819(2): 129. DOI:10.3847/0004-637X/819/2/129
- [14] BROUT D, SCOLNIC D, POPOVIC B, et al. The Pantheon+ Analysis: Cosmological Constraints [J]. ApJ, 2022, 938(2): 110. DOI:10.3847/1538-4357/ac8e04
- [15] WEINBERG S. 宇宙学 [M]. 向守平 译. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2013: 18
- [16] HILLEBRANDT W, NIEMEYER J C. Type Ia Supernova Explosion Models [J]. ARA&A, 2000, 38(1): 191-230. DOI:10.1146/annurev.astro.38.1.191
- [17] MCMILLAN P J. Mass models of the Milky Way [J]. MNRAS, 2011, 414(3): 2446-57. DOI:10.1111/j.1365-2966.2011.18564.x
- [18] KAFLE P R, SHARMA S, LEWIS G F, et al. Kinematics of the Stellar Halo and the Mass Distribution of the Milky Way Using Blue Horizontal Branch Stars [J]. ApJ, 2012, 761(2): 98. DOI:10.1088/0004-637X/761

- [19] KAFLE P R, SHARMA S, LEWIS G F, et al. On the Shoulders of Giants: Properties of the Stellar Halo and the Milky Way Mass Distribution [J]. *ApJ*, 2014, 794(1): 59. DOI:10.1088/0004-637X/794/1/59
- [20] MCMILLAN P J. The mass distribution and gravitational potential of the Milky Way [J]. *MNRAS*, 2016, 465(1): 76-94. DOI:10.1093/mnras/stw2759
- [21] PHELPS S, NUSSER A, DESJACQUES V. The Mass of the Milky Way and M31 Using the Method of Least Action [J]. *ApJ*, 2013, 775(2): 102. DOI:10.1088/0004-637X/775/2/102
- [22] VERA-CIRO C A, HELMI A, STARKENBURG E, et al. Not too big, not too small: the dark haloes of the dwarf spheroidals in the Milky Way [J]. *MNRAS*, 2012, 428(2): 1696-703. DOI:10.1093/mnras/sts148
- [23] JIAO Y J, HAMMER F, WANG H F, et al. Detection of the Keplerian decline in the Milky Way rotation curve [J]. *A&A*, 2023, 678: A208. DOI:10.1051/0004-6361/202347513
- [24] GILLESSEN S, EISENHAUER F, TRIPPE S, et al. Monitoring Stellar Orbits Around the Massive Black Hole in the Galactic Center [J]. *ApJ*, 2009, 692(2): 1075. DOI:10.1088/0004-637X/692/2/1075
- [25] GHEZ A M, SALIM S, WEINBERG N N, et al. Measuring Distance and Properties of the Milky Way' s Central Supermassive Black Hole with Stellar Orbits [J]. *ApJ*, 2008, 689(2): 1044. DOI:10.1086/592738
- [26] KRAVTSOV V V. Globular clusters and dwarf spheroidal galaxies of the outer galactic halo: On the putative scenario of their formation [J]. *A&AT*, 2001, 20(1): 89-92. DOI:10.1080/10556790108208191
- [27] BEKKI K, FREEMAN K C. Formation of Ω Centauri from an ancient nucleated dwarf galaxy in the young Galactic disc [J]. *MNRAS*, 2003, 346(2): L11-L5. DOI:10.1046/j.1365-2966.2003.07275.x
- [28] JOHNSON C I, DUPREE A K, MATEO M, et al. The Most Metal-poor Stars in Omega Centauri (NGC 5139) [J]. *AJ*, 2020, 159(6): 254. DOI:10.3847/1538-3881/ab8819
- [29] ZHOU Y, LI X Y, HUANG Y, et al. The Circular Velocity Curve of the Milky Way from 5-25 kpc Using Luminous Red Giant Branch Stars [J]. *ApJ*, 2023, 946(2): 73. DOI:10.3847/1538-4357/acadd9
- [30] RUBIN V. Seeing dark matter in the Andromeda galaxy [J]. *PhT*, 2006, 59(12): 8-9. DOI:10.1063/1.2435662
- [31] VAN ALBADA T S, BAHCALL J N, BEGEMAN K, et al. Distribution of dark matter in the spiral galaxy NGC 3198 [J]. *ApJ*, 1985, 295: 305-13. DOI:10.1086/163375
- [32] BATYGIN K, BROWN M E. Evidence for a Distant Giant Planet in the Solar System [J]. *AJ*, 2016, 151(2): 22. DOI:10.3847/0004-6256/151/2/22
- [33] NIETO M M, TURYSHEV S G. Finding the origin of the Pioneer anomaly [J]. *CQGra*, 2004, 21(17): 4005. DOI:10.1088/0264-9381/21/17/001
- [34] AGHANIM N, AKRAMI Y, ARROJA F, et al. Planck 2018 results - I. Overview and the cosmological legacy of Planck [J]. *A&A*, 2020, 641: A1. DOI:10.1051/0004-6361/201833880
- [35] ARISTOTLE. 亚里士多德全集 第二卷 [M]. 苗力田, 徐开来 译. 北京: 中国人民大学出版社, 1991: 444,607
- [36] KRAAN-KORTEWEG R C. Galaxies Behind the Milky Way and the Great Attractor [M] // PAGE D, HIRSCH J G. From the Sun to the Great Attractor. *astro-ph*, 2000. DOI:10.48550/arXiv.astro-ph/0006199
- [37] KOCEVSKI D D, EBELING H. On the Origin of the Local Group' s Peculiar Velocity [J]. *ApJ*, 2006, 645(2): 1043. DOI:10.1086/503666
- [38] JONES M H, LAMBOURNE R J, ADAMS D J, et al. An Introduction to Galaxies and Cosmology [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 298
- [39] 丁同仁. 常微分方程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 83-84
- [40] 郭士埜. 广义相对论导论 [M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2005: 187-189
- [41] 赵峥, 刘文彪. 广义相对论基础 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2010: 74-75
- [42] WEINBERG S. 引力和宇宙学: 广义相对论的原理和应用 [M]. 邹振隆, 张历宁, 等译. 北京: 高等教育出版社, 2018: 163-168
- [43] LANDAU L D, LIFSHITZ E M. 理论物理学教程 第 2 卷 场论 第 8 版 [M]. 鲁欣, 任朗, 袁炳南 译. 北京: 高等教育出版社, 2012: 333-335

- [44] LORENTZ H A. De relatieve beweging van de aarde en den aether [M] // MULLER J. Verslagen der Zittingen VAN DE WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING DER KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN van 25 Juni 1892 tot 28 April 1893. Amsterdam: Johannes Muller, 1893: 74-79
- [45] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第二卷 瑞士时期 (1900-1909) [M]. 范岱年, 许良英, 刘兵, 等译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 244
- [46] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第二卷 瑞士时期 (1900-1909) [M]. 范岱年, 许良英, 刘兵, 等译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 243-271
- [47] KITTEL C, KNIGHT W D, RUDERMAN M A, et al. 伯克利物理学教程 (SI 版) 第 1 卷 力学: 翻译版原书第 2 版 [M]. 陈秉乾, 孟策, 等译. 北京: 机械工业出版社, 2015: 308-309
- [48] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第二卷 瑞士时期 (1900-1909) [M]. 范岱年, 许良英, 刘兵, 等译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 407
- [49] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第六卷 柏林时期 (1914-1917) [M]. 吴忠超 主译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 235,237
- [50] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第七卷 柏林时期 (1918-1921) [M]. 邹振隆, 黄磷 译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 91
- [51] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第七卷 柏林时期 (1918-1921) [M]. 邹振隆, 黄磷 译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 105
- [52] EINSTEIN A. 爱因斯坦全集 第七卷 柏林时期 (1918-1921) [M]. 邹振隆, 黄磷 译. 湖南: 湖南科学技术出版社, 2009: 313
- [53] VON LAUE M. Zwei Einwände gegen die Relativitätstheorie und ihre Widerlegung [J]. Physikalische Zeitschrift, 1912, 13: 118-120
- [54] BAMBI C. 广义相对论导论 [M]. 周孟磊 译. 成都: 复旦大学出版社, 2020: 82
- [55] FRENCH A P, TAYLOR E F. An Introduction to Quantum Physics [M]. New York: W. W. Norton & Company, 1978: 109-113
- [56] EINSTEIN A, BORN M. The Born-Einstein Letters: Correspondence Between Albert Einstein and Max and Hedwig Born from 1916-1955, with Commentaries by Max Born [M]. (BORN I, Trans.). United Kingdom: Macmillan, 1971: 91
- [57] GRIFFITHS D J. 量子力学概论: 翻译版 原书第 2 版 [M]. 贾瑜, 胡行, 李玉晓 译. 北京: 机械工业出版社, 2009: 127-128,278-280
- [58] BELL J S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox [J]. Physics Physique Fizika, 1964, 1(3): 195-200. DOI:10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195
- [59] WHEELER J A. The “Past” and the “Delayed-Choice” Double-Slit Experiment [M] // MARLOW A R. Mathematical Foundations of Quantum Theory. New York: Academic Press, 1978: 9-48. DOI:10.1016/B978-0-12-473250-6.50006-6
- [60] EINSTEIN A, PODOLSKY B, ROSEN N. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? [J]. PhRv, 1935, 47(10): 777-80. DOI:10.1103/PhysRev.47.777
- [61] BOHM D, AHARONOV Y. Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen, and Podolsky [J]. PhRv, 1957, 108(4): 1070-1076. DOI:10.1103/PhysRev.108.1070
- [62] EINSTEIN A, BORN M. The Born-Einstein Letters: Correspondence Between Albert Einstein and Max and Hedwig Born from 1916-1955, with Commentaries by Max Born [M]. (BORN I, Trans.). United Kingdom: Macmillan, 1971: 158
- [63] FEYNMAN R P. Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics [J]. RvMP, 1948, 20(2): 367. DOI:10.1103/RevModPhys.20.367
- [64] FEYNMAN R P, HIBBS A R. Quantum Mechanics and Path Integrals [M]. United States: McGraw-Hill, 1965
- [65] HECHT E. 光学 第五版 [M]. 秦克诚, 林福成 译. 北京: 电子工业出版社, 2019: 135,137-138

A new dark matter and dark energy theory based on the assumption of mass vectorization

ZHOU FeiFei

Songgang Street, Bao'an District, Shenzhen 518105, China

energy-momentum relation $\rightarrow$ mass vectorization $\rightarrow$ generalized complex numbers $\rightarrow$ the mass quantity of dark matter is a new imaginary number $\rightarrow$ antigravity $\rightarrow$ dark energy. Using the new number system, theoretically derived dark matter, cosmic isotropy and dark energy are explained using antigravity. In the new theoretical framework, negative photons and virtual electromagnetic waves in the dark matter world are predicted. Gravitational field analysis of dark matter reveals a connection between warp engines and dark matter. Matter, dark matter and antimatter are reclassified on the basis of some hypotheses. The new theoretical framework predicts the proportion of dark matter in the Milky Way, and no contradiction is found in comparison with astronomical observational data. In the simplified spiral galaxy model, combined with the analysis of fluid mechanics, the theoretically predicted rotation curve of the galaxy is close to the real spiral galaxy rotation curve. Planet Nine and Pioneer anomaly explained using Dynamics analysis of a dark matter halo. Use logical reasoning to conclude that the source of the cosmic microwave background is the ether, which represents absolute space. An ideal model of cosmic expansion is constructed, the basic mathematical features of which are consistent with the observations of the Supernova Cosmological Survey team. The velocity gradient obtained in the ideal model of cosmic expansion corresponds to the Hubble constant, and it is pointed out that this velocity gradient is an ellipsoid. Using the ideal cosmic expansion model combined with the cosmic unit model, it is concluded that the Hubble constant consists of two parts, namely the doppler redshift part and the gravitational redshift part. By changing the source of the redshift value, the dark energy tends to infinity contradiction in the original dark energy hypothesis is solved. The analysis shows that there is a constant dominant inertial frame in the special theory of relativity, which proves the existence of the ether, and points out that the strong equivalence principle of the general theory of relativity is not valid, so that the twin paradox is completely resolved. By introducing imaginary dimensions to time and space, and under some assumptions, it is concluded that there is a time reversal in the imaginary dimension of time. In the case of time reversal, there is no contradiction between the new Bell inequality and quantum mechanics. Time reversal can successfully explain the phenomena of superluminal information transmission and causal inversion in quantum entanglement, and can also prove that the hidden-variable theory, realism, and the principle of locality.

cosmology, dark matter, dark energy, antigravity, Hubble's law, cosmic microwave background, galaxy rotation curves, expansion of the universe, special relativity, quantum entanglement

PACS: 98.80.-k, 95.35.+d, 95.36.+x, 04.50.Kd, 98.80.Es, 98.70.Vc, 03.30.+p, 03.65.Ud